令和７年度専攻科入学者選抜試験「学力検査による選抜」

検査問題

数　学

受験番号	

９：００～１０：００

【注意事項】

１．　指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
２．　この表紙のほかに７ページあります。
３．　すべてのページの受験番号欄に受験番号を記入してください。
４．　解答はその問題の所定の欄に記入してください。

令和７年度徳山高専専攻科入学者選抜試験「学力検査による選抜」

数学

受験番号	

総得点（　　　　　　　　　　）

※の枠内には記入しないこと

1．以下の問いに答えよ。

(1) 自然数 n に対して $I_n=\int_0^\infty x^n e^{-x^2}dx$ と置くとき、以下の漸化式が成立することを示せ。(10点)

$$I_n=\frac{n-1}{2}I_{n-2}\qquad(n\geq 3)$$

※ 1(1)

(2) 極座標を用いて $r=\sin^3\frac{\theta}{3}\quad(0\leq\theta\leq 3\pi)$ で表される曲線の長さ L を求めよ。(10点)

※ 1(2)

受験番号	

数学

※の枠内には記入しないこと

2. 以下の問いに答えよ。

(1) $x^2+y^2=4$ のとき、関数 $z(x,y)=x^3y+xy^3$ の最大値と最小値、およびそれらをとる点の座標を求めよ。(10点)

※ 2(1)

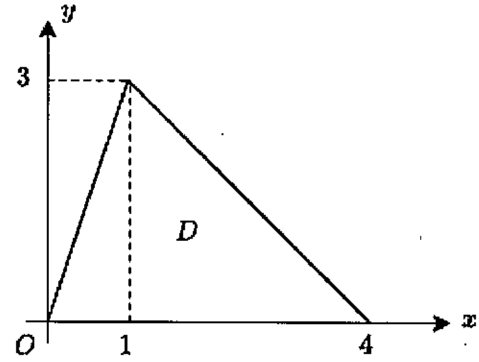
受験番号	

数学

※の枠内には記入しないこと

(2) xy平面上における3点$(0,0)$, $(4,0)$, $(1,3)$を頂点とする三角形で囲まれた領域をDとする。このとき、次の重積分を計算せよ。(12点)

$$\iint_D \sqrt{1-\frac{y}{3}}\ dxdy$$



※ 2(2)

受験番号	

数学

※の枠内には記入しないこと

3. 以下の問いに答えよ。

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ。(8点)

$$\frac{dy}{dx}=\frac{x}{y}e^{x^2+y^2}$$

※ 3(1)

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ。(10点)

$$\frac{d^2y}{dx^2}-4\frac{dy}{dx}+4y=-3e^{2x}$$

※ 3(2)

受験番号	

数学

※の枠内には記入しないこと

(3) 次の微分方程式の一般解を求めよ。(10点)

$$\frac{dy}{dx}=\frac{x+y}{x-y}$$

※ 3(3)

(4) (3)で求めた一般解を極座標(r,θ)で表し、$r(0)=1$ を満たす特殊解 $r(\theta)$ を求めよ。(5点)

※ 3(4)

受験番号	

数学

※の枠内には記入しないこと

4. 2次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

について、以下の問いに答えよ。

(1)行列 A の固有値 λ_1, λ_2 $(\lambda_1 < \lambda_2)$を求めよ。(5点)

※ 4(1)

(2) (1)で求めた固有値λ_1, λ_2に対応する固有ベクトルの1つを、実数c_1, c_2を用いてそれぞれ

$$\vec{u}_1 = \begin{pmatrix} c_1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{u}_2 = \begin{pmatrix} c_2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

としたとき、 $\vec{u}_1, \vec{u}_2$を求めよ。(8点)

※ 4(2)

受験番号	

数学

※の枠内には記入しないこと

(3) 列ベクトル $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ を(2)で求めた固有ベクトル $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ の線型結合で表せ。(5点)

※ 4(3)

(4) $a_1 = 1,\ a_2 = 5,\ a_{n+2} = a_{n+1} + 6a_n\ (n = 1,2,3,\cdots)$で定められる数列$\{a_n\}$を考える。
この漸化式が

$$\begin{pmatrix} a_{n+2} \\ a_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a_{n+1} \\ a_n \end{pmatrix}$$

と表せることを用いて、数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。(7点)

※ 4(4)