令和４年度　徳山工業高等専門学校学力検査本試験問題の解答（※解答の一例です）

1 次の各問いに答えなさい。

(1) $5.2^2-4.8^2$ を計算すると [ア] である。

（考え方）$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ を利用する。

$5.2^2-4.8^2=(5.2+4.8)\times(5.2-4.8)=10\times0.4=4$

$\underline{4}$

(2) 連立方程式 $\begin{cases}5x+6y=-2 & \text{—①}\\ -4x+3y=25 & \text{—②}\end{cases}$ を解くと $x=$ [イウ], $y=$ [エ] である。

①－②×2

$$\begin{array}{rr} & 5x+6y=-2\\ -) & -8x+6y=50\\ \hline & 13x\qquad=-52\end{array}$$

$x=-4$

$x=-4$ を①に代入すると

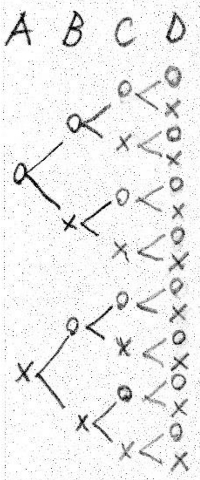
$5\times(-4)+6y=-2$

$-20+6y=-2$

$6y=18$

$y=3$

$\underline{x=-4,\ y=3}$



(3) ４枚の硬貨を同時に投げるとき，表が少なくとも１枚出る確率は $\dfrac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ である。ただし，これらの硬貨を投げるとき，それぞれの硬貨は表か裏のどちらかが出るものとし，どちらが出ることも同様に確からしいものとする。

４枚の硬貨をA,B,C,Dとすると樹形図は左図のようになる。

← すべて裏

４枚の硬貨を同時に投げると表裏の出方は、全部で

$2\times2\times2\times2=16$ とおり

すべて裏が出る確率は $\dfrac{1}{16}$ だから

表が少なくとも１枚出る確率は $1-\dfrac{1}{16}=\dfrac{15}{16}$

$\underline{\dfrac{15}{16}}$

(4) ある試験における10名の生徒の点数は，下の表のようになった。このとき，点数のデータの第２四分位数（中央値）は [ケ] 点である。また，第３四分位数は [コ] 点である。

生徒	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
点数（点）	2	4	2	7	2	2	7	10	2	4

データ数は10個である。

小さい順に並べると、

| 2, 2, 2, 2, 2 | 4, 4, 7, 7, 10 |

上図より、第２四分位数（中央値）は $(2+4)\div2=3$

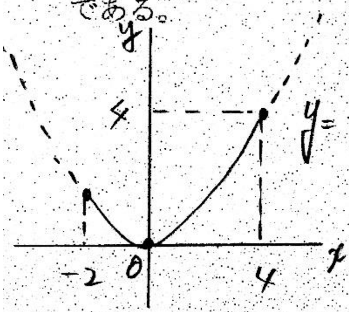
第３四分位数は 7

（※ 第１四分位数は 2）

$\underline{\text{第2四分位数}\ 3}$

$\underline{\text{第3四分位数}\ 7}$

(5) 関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ について，xの変域が$-2 \leqq x \leqq 4$のとき，yの変域は $\boxed{サ} \leqq y \leqq \boxed{シ}$ である。



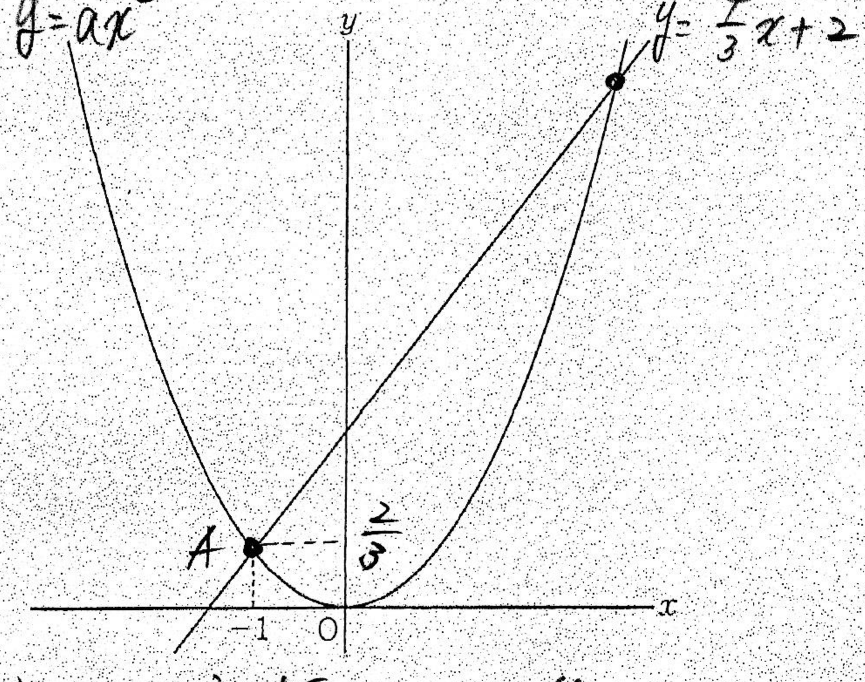
$y=\frac{1}{4}x^2$ $(-2 \leqq x \leqq 4)$ において

yの最小値は，$x=0$のとき $y=0$

yの最大値は，$x=4$のときで $y=\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{4}\times 4^2$
$=4$

よって，yの変域は $\underline{0 \leqq y \leqq 4}$

(6) 下の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 $y=\frac{4}{3}x+2$ が2点で交わっている。1つの交点の x 座標が-1であるとき，$a=\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$ である。



上図で，点Aのy座標は，$y=\frac{4}{3}x+2$のグラフで
$x=-1$のときのyの値になるから

$$y=\frac{4}{3}\times(-1)+2=-\frac{4}{3}+2=-\frac{4}{3}+\frac{6}{3}=\frac{2}{3}$$

よって点Aの座標は，$A\left(-1, \frac{2}{3}\right)$となる。

関数 $y=ax^2$ もこの点Aを通るので，この式に
$x=-1$，$y=\frac{2}{3}$ を代入すると

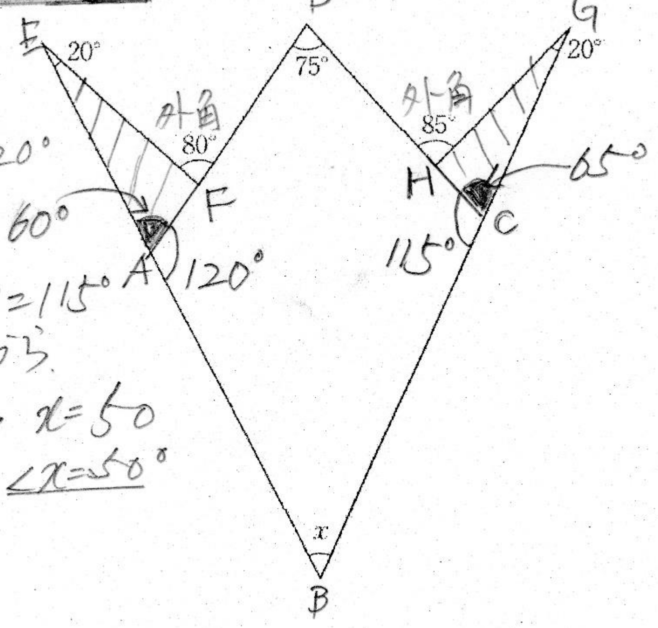
$$y=ax^2 \rightarrow \frac{2}{3}=a\times(-1)^2 \rightarrow \underline{a=\frac{2}{3}}$$

（ポイント）
三角形と内角と外角の関係

② 三角形の1つの外角は、そのとなりにない2つの内角の和に等しい。

(注) この問題はいろいろな解き方が
例えば、この図形を特別な六角
見なすと、六角形の内角の和が7
であることから、求めることができ

(7) 右の図で、$\angle x =$ **ソタ** である。



右図より $\angle EAF + 20 = 80$

よって $\angle EAF = 60°$ これから $\angle DAB = 120°$

同様に $\angle HCG + 20 = 85°$

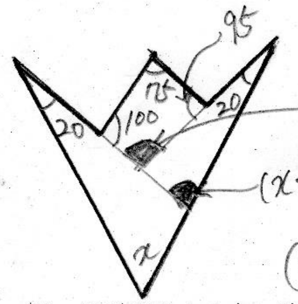
よって、$\angle HCG = 65°$ これから $\angle BCD = 115°$

四角形ABCDの内角の和は360°だから

$x + 120° + 115 + 75 = 360 \rightarrow x = 50$

$\angle x = 50°$

(別解)



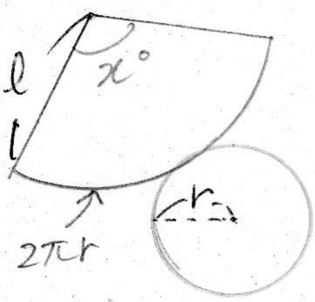
$(x+20) + 20 + 100 + 95 + 75 = 360$

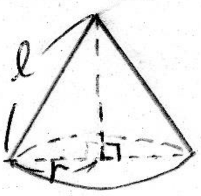
$x = 50$

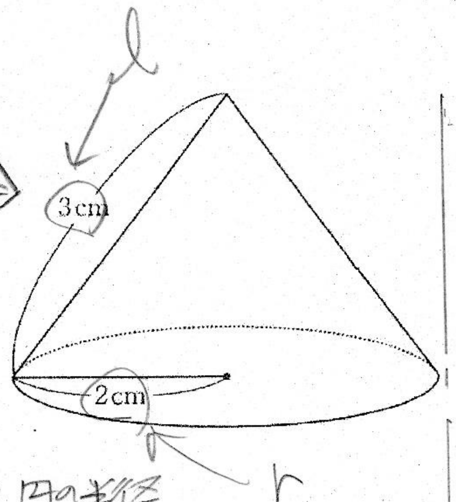
$\angle x = 50°$

(8) 下の図のような，底面の半径が 2 cm，母線の長さが 3 cm の円錐の表面積は，

チツ π cm^2 である。







側面積も文字を使って求めてみよう。 l: 母線の長さ r: 円の半径

上図において、おうぎ形の弧の長さと底面の円周の長さは等しいので

側面積 $= \pi \times l^2 \times \frac{2\pi r}{2\pi l} = \pi r l$

)表面積は $\pi r l + \pi r^2$ で求められる。

ちなみに、おうぎ形の中心角 x の大きさは

$360° \times \frac{2\pi r}{2\pi l} = 360° \times \frac{r}{l}$ で求められる。

左の公式を使えば、
円すいの表面積は簡
求めることができる。

側面積 $= \pi r l$

$= \pi \times 2 \times 3$

$= 6\pi$

底面積 $= \pi r^2$

$= \pi \times 2^2 =$

よって、表面積は

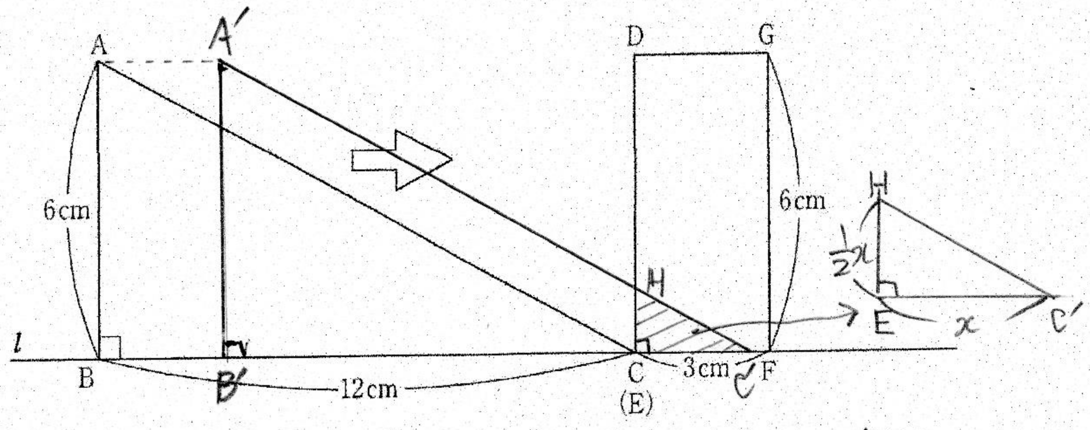
$6\pi + 4\pi = 1$

10π cm^2

2 下の図のように，AB = 6 cm，BC = 12 cm，∠ABC = 90° の直角三角形ABCと，FG = 6 cm，EF = 3 cm の長方形DEFGがある。点B，C，E，Fは直線 l 上にあり，点Cと点Eは重なっている。

長方形DEFGを固定し，直角三角形ABCを直線 l に沿って矢印の方向に秒速1 cmで点Bが点Eに重なるまで移動させる。

移動し始めてから x 秒後に，直角三角形ABCと長方形DEFGが重なる部分の面積を y cm² とする。このとき，次の各問いに答えなさい。



$\triangle ABC \backsim \triangle HEC' \Rightarrow AB:BC=HE:EC'=1:2$

(1) $0 \leqq x \leqq 3$ のとき，x と y の関係を式で表すと，$y = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}x^2$ である。

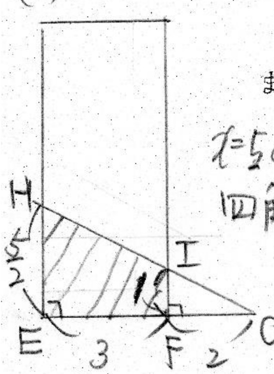
(1)
x秒後のA, B, Cの位置をそれぞれA', B', C'とする。
また，A'C'とDEが交わる点をHとすると，△ABCは毎秒1cmで移動するので
EC' = x，EH = $\frac{1}{2}x$ で表される。
よって，$y = \frac{1}{2} \times x \times \frac{1}{2}x = \frac{1}{4}x^2$

$y = \frac{1}{4}x^2$

(2) $x = 5$ のとき，$y = \dfrac{\boxed{ウエ}}{\boxed{オ}}$ である。

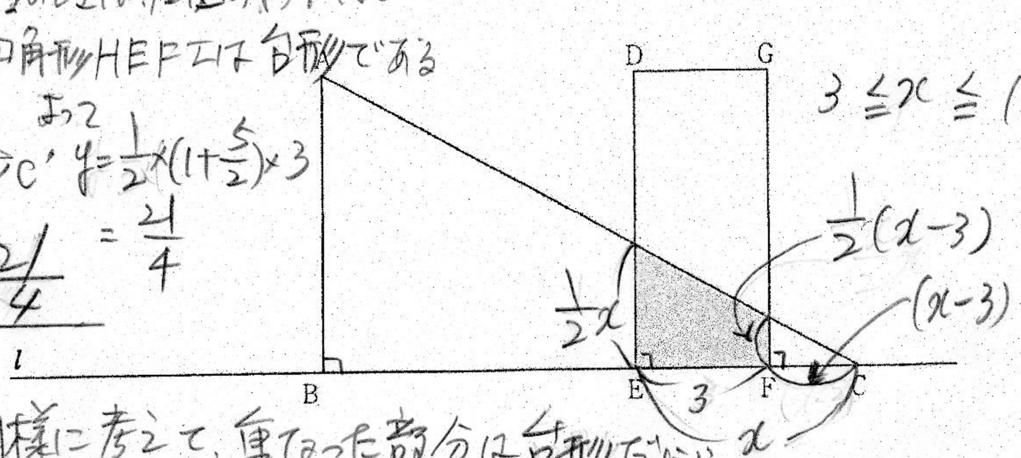
また，$3 \leqq x \leqq 12$ のとき，x と y の関係を式で表すと，$y = \dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}x - \dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ である。

(2)



$x=5$のときは左図のようになる
四角形HEFIは台形である
よって $y = \frac{1}{2} \times (1 + \frac{5}{2}) \times 3$
$= \frac{21}{4}$

$y = \frac{21}{4}$



$3 \leqq x \leqq 12$ のとき

上と同様に考えて，重なった部分は台形だから

$y = \frac{1}{2} \times \left\{ \frac{1}{2}(x-3) + \frac{1}{2}x \right\} \times 3$
$= \frac{3}{2} \times \left(x - \frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2}x - \frac{9}{4}$

$y = \frac{3}{2}x - \frac{9}{4}$

(3) yの値が長方形DEFGの面積の半分となるのは，$x=\dfrac{\boxed{コサ}}{\boxed{シ}}$のときである。

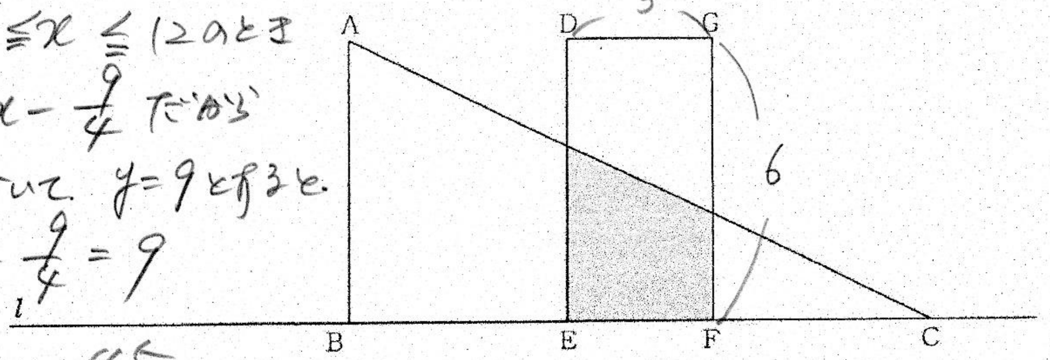
長方形の面積 $=3\times 6=18$

より $3\leqq x\leqq 12$のとき

$y=\frac{3}{2}x-\frac{9}{4}$ だから

この式において $y=9$とすると

$\frac{3}{2}x-\frac{9}{4}=9$



$\frac{3}{2}x=\frac{45}{4}$

$x=\frac{45}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{15}{2}$ $\quad$ $x=\frac{15}{2}$

(4) $0<h<2$とする。xの値が1から$1+h$まで増加するとき，yの変化の割合をhの式で表すと，$\dfrac{h+\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$である。

$0<h<2$ だから xの値が 1 から $1+h$ まで増加するとき

xのとりうる値の範囲は $1<x<3$ となる。

よって xとyの関係は (1) より $y=\frac{1}{4}x^2$ で表される。

x, yの対応表は次のようになる。

x	$1 \longrightarrow (1+h)$
y	$\frac{1}{4}\times 1^2 \longrightarrow \frac{1}{4}\times(1+h)^2$

これから xの増加量 $=(1+h)-1=h$

yの増加量 $=\frac{1}{4}(1+h)^2-\frac{1}{4}\times 1^2=\frac{1}{4}(1+2h+h^2)-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}h^2+\frac{1}{2}h$

よって 変化の割合 $=\left(\frac{1}{4}h^2+\frac{1}{2}h\right)\div h=\left(\frac{1}{4}h^2+\frac{1}{2}h\right)\times\frac{1}{h}=\frac{1}{4}h+\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4}h+\frac{1}{2}=\frac{h+2}{4}$ $\quad$ 変化の割合 $=\frac{h+2}{4}$

解 $y=ax^2$において xの値が x_1 から x_2 まで増加するとき

変化の割合は $a(x_1+x_2)$ で求められる。

これを使うと $x_1=1$, $x_2=1+h$ で $a=\frac{1}{4}$ となるから

変化の割合 $=\frac{1}{4}\times\{1+(1+h)\}=\frac{h+2}{4}$

3 以下の図で，A，B，C，Dは円周上の異なる点である。線分ACと線分BDの交点をPとし，点Pを通り線分BCに平行な直線と線分CDの交点をQとする。このとき，次の各問いに答えなさい。

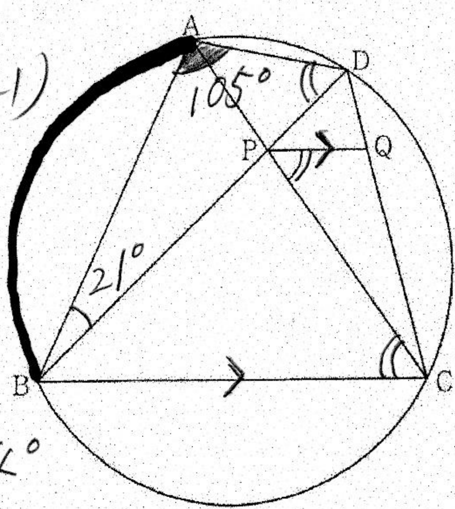
(1) ∠DAB＝105°，∠ABD＝21°のとき，∠CPQ＝ $\boxed{\text{アイ}}$ °である。

△ABDにおいて

∠ADB＝180－(105＋21)

＝180－126

＝54



$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角より

∠ADB＝∠ACB＝54°

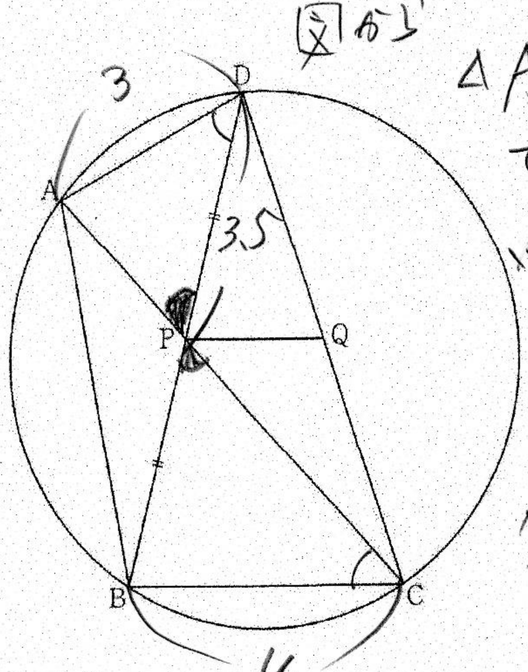
PQ // BCより，錯角が等しいから，

∠CPQ＝∠ACB＝54°

∠CPQ＝54°

(2) 点PがBDの中点で，AD＝3，BC＝4，BD＝7のとき，PC＝ $\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

図から



△APD∽△BPC

である。

点PはBDの中点だから

PD＝7×$\frac{1}{2}$＝3.5

である。

AD：BC＝PD：PC

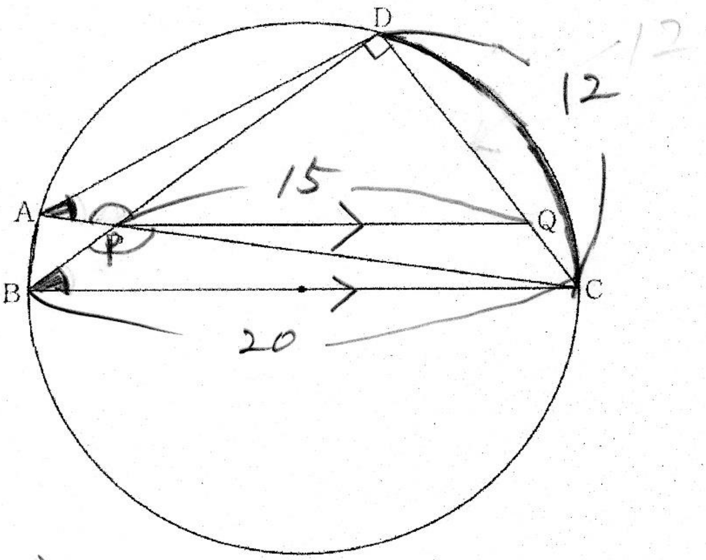
だから，

3：4＝3.5：PC

3PC＝14

PC＝$\frac{14}{3}$

(3) BCが円の直径で，BC ＝ 20，CD ＝ 12，PQ ＝ 15のとき，PC ＝ $\boxed{カキ}\sqrt{\boxed{ク}}$ である。
また，AD ＝ $\boxed{ケコ}\sqrt{\boxed{サ}}$ である。



BCは円の直径だから，$\angle BDC = 90°$である。

よって，$\triangle DBC$は，$\angle BDC = 90°$の直角三角形である。

三平方の定理から，$BD = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{256} = 16$

これから，$\triangle DBC$は，$DB : BC : CD = 16 : 20 : 12 = 4 : 5 : 3$の直角三角形である。

$PQ \parallel BC$より，$\triangle DBC \backsim \triangle DPQ$だから，

$DP = 15 \times \frac{4}{5} = 12$　　$DP : PQ : QD = 4 : 5 : 3$

したがって，$\triangle DPC$は，$DP = CD = 12$，$\angle PDC = 90°$の直角二等辺三角形であり，$PC = CD \times \sqrt{2} = 12 \times \sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

$PC = 12\sqrt{2}$

図から，$\triangle APD \backsim \triangle BPD$だから，

$PD : PC = AD : BC$ である。

よって，$12 : 12\sqrt{2} = AD : 20$

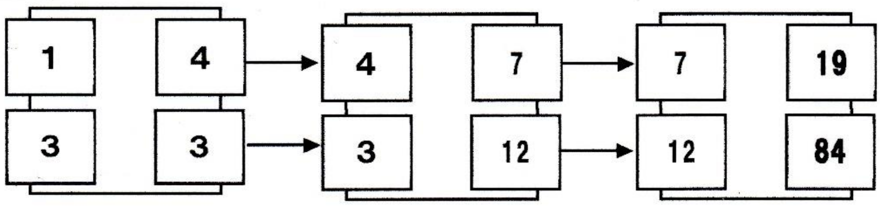
$12\sqrt{2}\,AD = 240$

$AD = \frac{240}{12\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{2}$

$AD = 10\sqrt{2}$

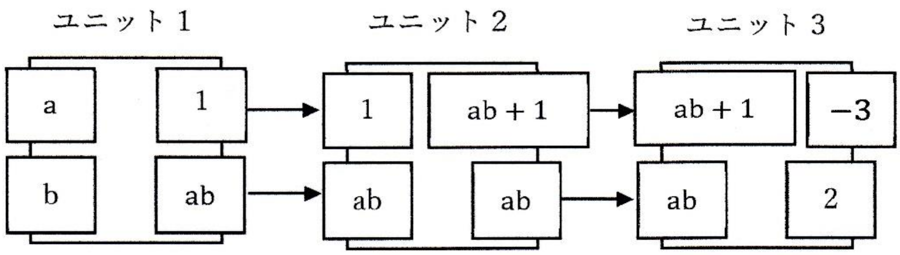
$\boxed{4}$ の解答

1）



（答え）x ＝ 19　，y ＝ 84

2）



ユニット１から、a + b = 1　よって、b = 1 − a・・・①

ユニット３から、$(ab+1)+ab=-3$　よって、$2ab+4=0$・・・②

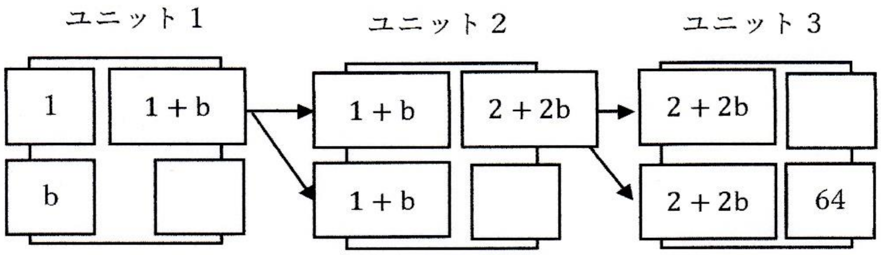
①を②に代入すると　$2a(1-a)+4=0$　よって、$2a^2-2a-4=0$　両辺を２でわると、$a^2-a-2=0$

$a^2-a-2=0$ は２次方程式だから、$(a-2)(a+1)=0$　よって、$a=-1, a=2$ となる。

① から、a = 2 のとき、b = −1　また、a = −1 のとき、b = 2である。

a < b だから、a = −1 、b = 2 となる。　**（答え）a ＝ −1 、b ＝ 2**

3）



ユニット３から、$(2+2b)^2=64$ の関係が成り立つ。これは２次方程式なので、平方根の考え方を使うと

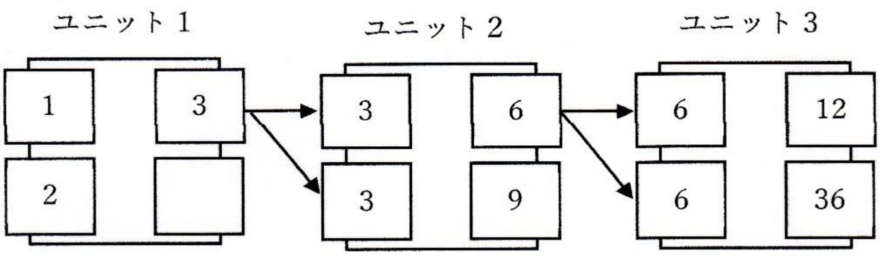
$2+2b=\pm 8$

両辺を２で割ると、 $1+b=\pm 4$

よって、 $b=-1\pm 4$

これから、b = −5 , 3　**（答え）b ＝ −5 、b ＝ 3**

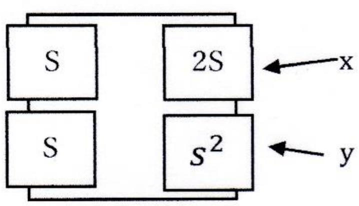
4）



$y=\square x^2$ で、□に入る数を求める。

ユニット２より、$9=\square\times 6^2$ よって、$\square=\frac{1}{4}$　ユニット３も同様に、$\square=\frac{1}{4}$ である。　（答え）　$y=\frac{1}{4}x^3$

（別解）



ユニット２、ユニット３とも、a,b,x,yの関係は左図のようになる。これから、x = 2S 、$y=S^2$ で表せるので、

$y=\frac{1}{4}x^2$ が成り立つ。