令和４年度　徳山工業高等専門学校学力検査追試験問題の解答（※解答の一例です）

1　次の各問いに答えなさい。

(1)　$\dfrac{x+y}{2}-\dfrac{2x-y}{7}$ を計算すると $\dfrac{\boxed{ア}x+\boxed{イ}y}{14}$ である。

$$= \frac{7(x+y)}{14}-\frac{2(2x-y)}{14}$$

$$= \frac{7(x+y)-2(2x-y)}{14}$$

$$= \frac{7x+7y-4x+2y}{14}$$

$$= \underline{\frac{3x+9y}{14}}$$

(2)　$a=\sqrt{3}+\sqrt{2}$，$b=\sqrt{6}-2$ のとき，$a^2+ab-2b$ の値は $\boxed{ウ}+\sqrt{\boxed{エ}}$ である。

$$a^2+ab-2b=(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2+(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-2)-2(\sqrt{6}-2)$$

$$=3+\cancel{2\sqrt{6}}+2+3\sqrt{2}-\cancel{2\sqrt{3}}+\cancel{2\sqrt{3}}-2\sqrt{2}-\cancel{2\sqrt{6}}+4$$

$$=3+2+3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+4$$

$$=\underline{9+\sqrt{2}}$$

(3)　1，1，1，2，2，3 の目がそれぞれの面に１つずつ書かれている立方体のさいころがある。このさいころを２回投げるとき，その出る目の和が４になる確率は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カキ}}$ である。

ただし，さいころのどの面が出ることも同様に確からしいものとする。

２回投げるときの目の出方は，
全部で，$6\times6=36$ 通り
その出る目の和が４になる場合は，
10通りだから，
求める確率は，$\dfrac{10}{36}=\dfrac{5}{18}$

1回目＼2回目	1	1	1	2	2	3
1	2	2	2	3	3	4
1	2	2	2	3	3	4
1	2	2	2	3	3	4
2	3	3	3	4	4	5
2	3	3	3	4	4	5
3	4	4	4	5	5	6

(4)　下の値は，６個のりんごの重さを調べた結果である。このデータの中央値は $\boxed{クケコ}$ g であり，四分位範囲は $\boxed{サシ}$ g である。

第２四分位数

312，　280，　310，　296，　320，　298　(g)

データを小さい順に並べると
280，296，298，｜310，312，320

データの中央値は，データの数が偶数なので，$(298+310)\times\dfrac{1}{2}=\underline{304}$
第１四分位数は，前半データの中央値だから　296
第３四分位数は，後半データの中央値だから　312
よって，四分位範囲は，$312-296=\underline{16}$

(5) 関数 $y=-\frac{18}{x}$ について，x の値が 2 から 6 まで増加するときの変化の割合は $\frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$ である。

$$\boxed{\text{変化の割合}=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}}$$

関数 $y=-\frac{18}{x}$ の変化と対応表は下記のとおりになる.

x	$2 \longrightarrow 6$
y	$-9 \longrightarrow -3$

よって xの増加量 $=6-2=4$

yの増加量 $=-3-(-9)=6$

これから変化の割合は

$$\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

(6) 下の図のように，直線 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ と x 軸，y 軸の交点をそれぞれ A，B とし，直線 $y=2x+3$ と y 軸の交点を C とする。また，点 D は直線 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ と直線 $y=2x+3$ との交点である。

△OAB の面積を S，△BCD の面積を T とするとき，$S:T$ を最も簡単な自然数の比で表すと $\boxed{ソ}:\boxed{タ}$ である。

Ⓐ $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ において

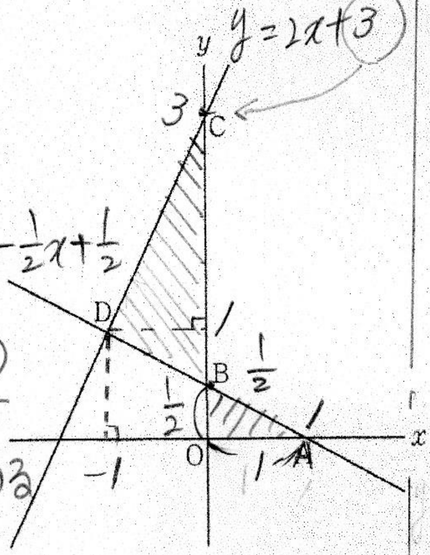
$y=0$とすると

$0=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}x=\frac{1}{2}$

$x=1$

よって. A$(1,0)$, B$(0,\frac{1}{2})$



Ⓑ 交点Dの座標を求める

$$\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2} \cdots ① \\ y=2x+3 \cdots ② \end{cases}$$

①,②より

$2x+3=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$

$4x+6=-x+1$

$5x=-5$

$x=-1$

$x=-1$を②に代入

$y=2\times(-1)+3$

$y=1$

$(x,y)=(-1,1)$

Ⓑより D$(-1,1)$, C$(0,3)$

Ⓐ,Ⓑから

$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}=S$

$\triangle BCD=\frac{1}{2}\times(3-\frac{1}{2})\times1$

$=\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}\times1=\frac{5}{4}=T$

よって.

$S:T=\frac{1}{4}:\frac{5}{4}$

$=1:5$

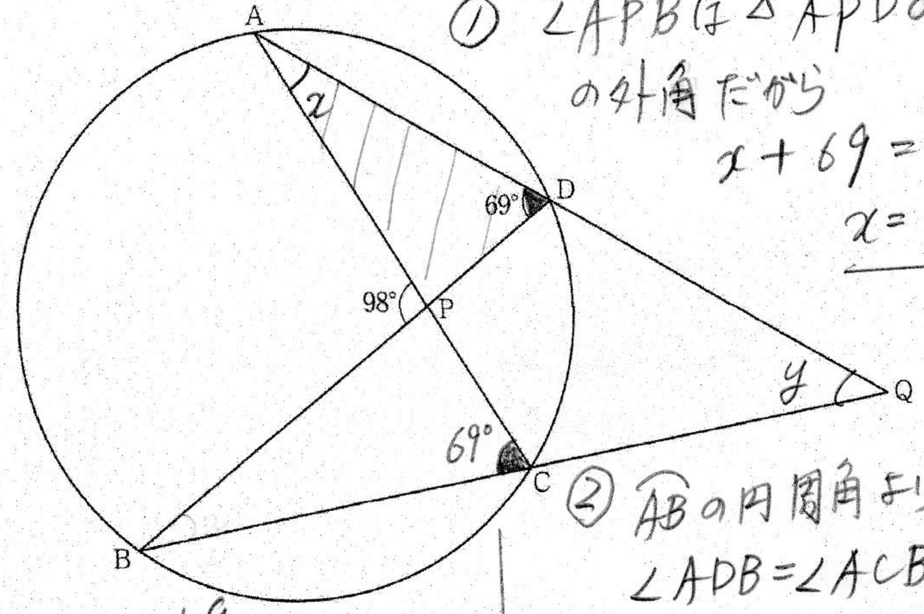
(7) 下の図の A, B, C, D は円周上の点で，線分 AC と線分 BD の交点を P，直線 AD と直線 BC の交点を Q とする。∠ADB = 69°，∠APB = 98° のとき，∠CAD = $\boxed{チツ}$ ° であり，∠AQB = $\boxed{テト}$ ° である。

∠CAD = x，∠AQB = y とすると．

① ∠APBは△APDの∠APDの外角だから

$x+69=98$

$x=29°$



② $\overset{\frown}{AB}$の円周角より

∠ADB=∠ACB=69

∠ACBは△ACQの∠ACQの外角だから ∠y+∠x=69

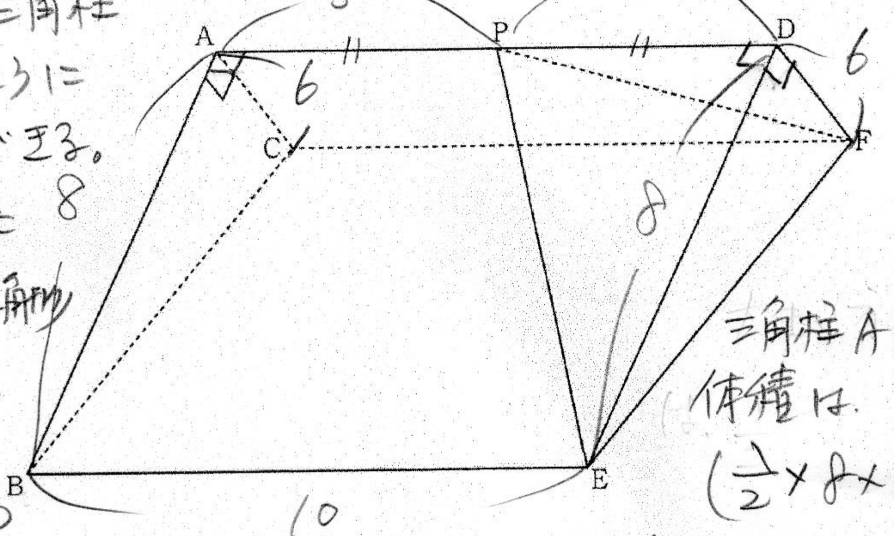
∠y+29=69

∠y=69−29=40°

(8) 三角柱 ABC-DEF を下の図のように，面 CBEF を下にしておいた。AB = 8，CA = 6，BE = 10，∠BAC = 90° である。また，辺 AD の中点を P とする。

この立体を 3 点 E, F, P を通る平面で切断して 2 つに分けるとき，大きい方の立体の体積は $\boxed{ナニヌ}$ である。

この立体は三角柱なので図のように表わすことができる。△ABC, △DEFは合同な直角三角形 四角形ABED, 四角形CBEF 四角形ACFDは長方形である。



三角柱ABC-DEFの体積は

$\left(\frac{1}{2}\times8\times6\right)\times10=24$

三角すいP-DEFの体積は

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times8\times6\right)\times5=40$

求める体積=240−40=200

(1) 規則性を見つけると、n番目の石の総数は、下の表のようになる。

n番目	1	2	3	4	……	n
石の総数	1^2	2^2	3^2	4^2	……	n^2

よって、4番目の石の総数は、4^2である。

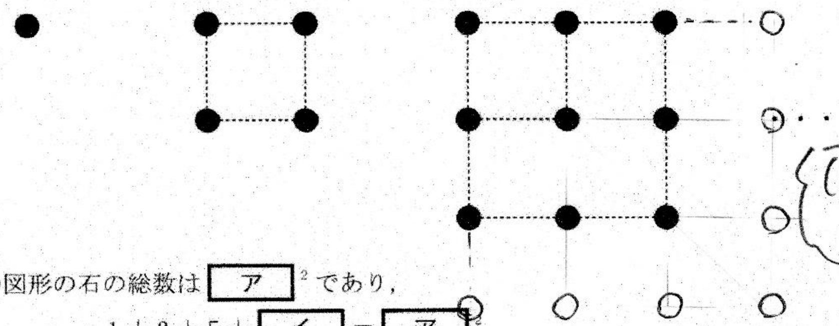
2 次の各問いに答えなさい。

また、$1+3+5+7=4^2$

(1) 図1のように，石を正方形状に規則的に並べていったものを，1番目の図形，2番目の図形，3番目の図形，… とする。2番目の図形は1番目の図形に石を3個付け加えたもの，3番目の図形は2番目の図形に石を5個付け加えたもの，… である。例えば3番目の図形の石の総数は9である。

図1

1番目の図形　**2番目の図形**　**3番目の図形**　・・・



$(1+145)\div2=73$ と考えてもよい

4番目の図形の石の総数は $\boxed{ア}^2$ であり，

$$1+3+5+\boxed{イ}=\boxed{ア}^2$$

である。この考え方で1から145までのすべての奇数の和を自然数の2乗の形で表すと

$$1+3+5+\cdots+145=\boxed{ウエ}^2$$

145が最後の数だから

である。n番目の最後の数の規則性を見つける。

n番目	1	2	3	4	…	n
最後の数	1	3	5	7	…	$(2n-1)$

$2n-1=145$

$2n=146$

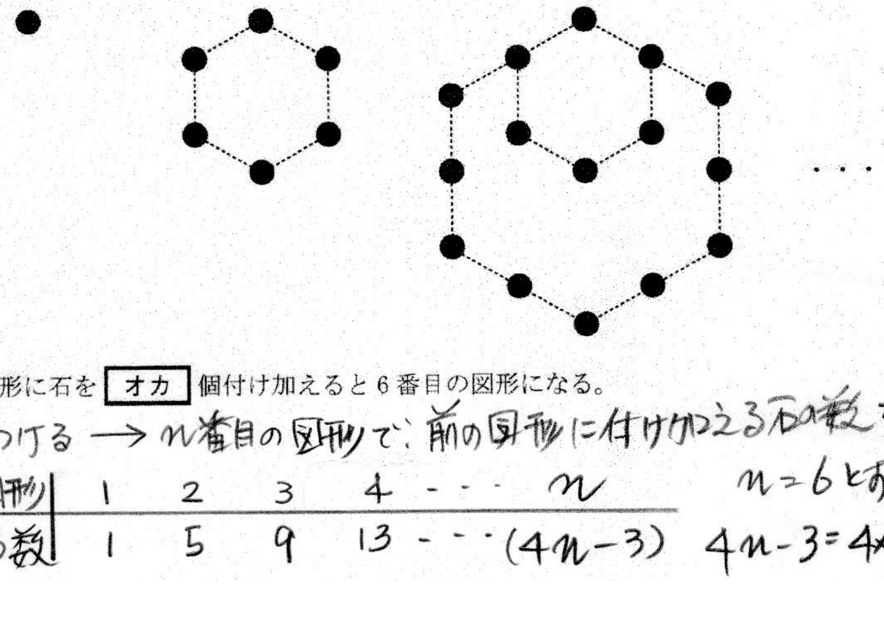
$n=73$

73^2

(2) 図2のように，石を正六角形状に規則的に並べていったものを，1番目の図形，2番目の図形，3番目の図形，… とする。2番目の図形は1番目の図形に石を5個付け加えたもの，3番目の図形は2番目の図形に石を9個付け加えたもの，… である。例えば，3番目の図形の石の総数は15である。→ 図3より 4番目の図形は 3番目の図形に石を13個付け加えたもの。

図2

1番目の図形　**2番目の図形**　**3番目の図形**　・・・



5番目の図形に石を $\boxed{オカ}$ 個付け加えると6番目の図形になる。

規則性を見つける → n番目の図形で、前の図形に付け加える石の数を表にする。

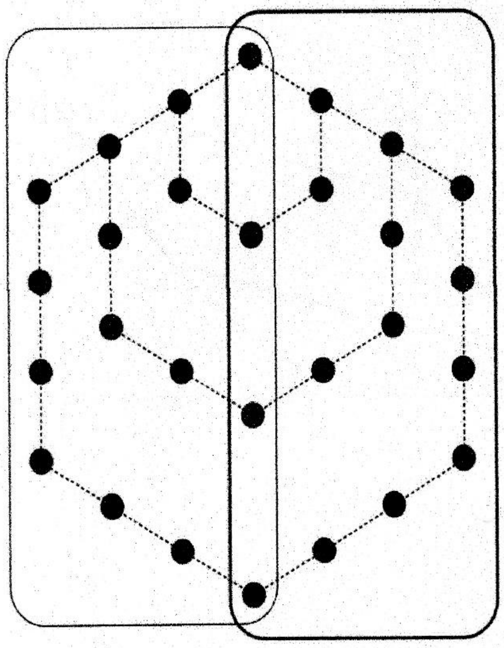
n番目の図形	1	2	3	4	…	n
前の図形に付け加える数	1	5	9	13	…	$(4n-3)$

$n=6$とすると

$4n-3=4\times6-3=21$

また，図3のように，4番目の図形の石の総数は，左側の枠の中にある石の総数と右側の枠の中にある石の総数を足したものから，重なる部分にある石の総数を引いて求めることができる。

図3　　　　4番目の図形



(1)より，n番目の左側と右側の枠の中にある石の総数はそれぞれ

$1+3+5+7+\cdots+(2n-1)=n^2$

で表される。

重なる部分にある石の総数は，nで表されるので

n番目の図形の石の総数は

$n^2\times 2-n=\underline{n(2n-1)}$

となる。

この考え方で n 番目の図形の石の総数を求めると

$n(\boxed{\text{キ}}\,n-\boxed{\text{ク}})$

である。また，石の総数が378となるのは $\boxed{\text{ケコ}}$ 番目の図形である。

n番目の石の総数は $n(2n-1)$ で表されるから，次の方程式が成り立つ。

$n(2n-1)=378$

$2n^2-n-378=0$

$n=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times2\times(-378)}}{2\times2}$

$=\dfrac{1\pm\sqrt{3025}}{4}$

$=\dfrac{1\pm\sqrt{55^2}}{4}=\dfrac{1\pm55}{4}$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 3025 \\ \hline 5 & 605 \\ \hline 11 & 121 \\ \hline & 11 \end{array}$$

$3025=(5\times11)^2$

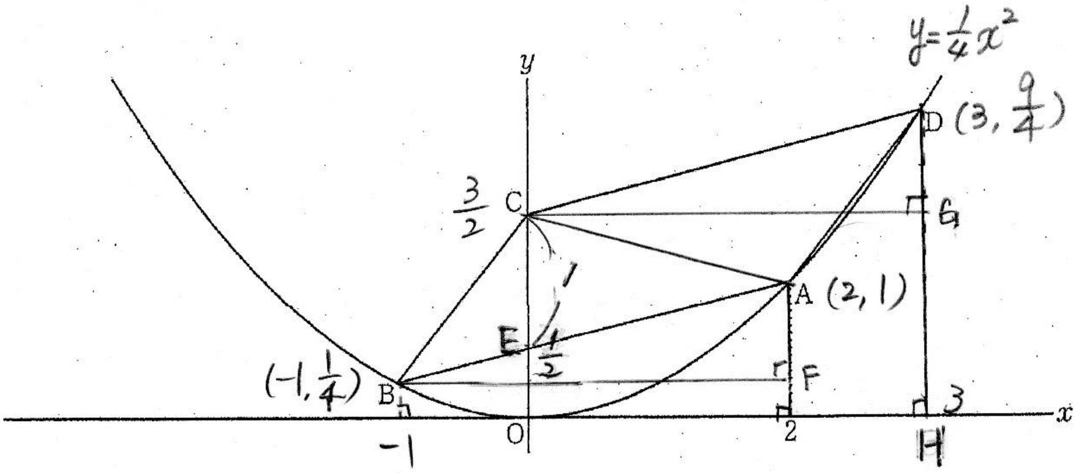
$=55^2$

これから $\underline{n=14,\ -\frac{27}{2}}$

nは自然数だから $n=14$

$\underline{14番目}$

3 下の図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に点Aがあり，Aの x 座標は2である。また，四角形ABCDが平行四辺形となるように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に点Bと点Dをとり，y 軸上に点Cをとる。ただし，点Bの x 座標は負であり，点Dの x 座標は正である。このとき，次の各問いに答えなさい。



図において，$\triangle ABF \equiv \triangle DCG$，$\triangle CBA \equiv \triangle ADC$

(1) 点Aの y 座標は $\boxed{ア}$ である。

点Aの x 座標は2だから，y 座標は $y=\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{4}\times 2^2=1$ y 座標は1

よって，点A$(2, 1)$で

(2) 点Bの x 座標が -1 のとき，

2点A，Bを通る直線の式は $y=\frac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}x+\frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ である。

点Bの y 座標は $y=\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{4}\times(-1)^2=\frac{1}{4}$ よって点B$(-1, \frac{1}{4})$

また，点Cの y 座標は $\frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ であり，平行四辺形ABCDの面積は $\boxed{ク}$ である。

図から $AF=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$，$BF=2-(-1)=3$ である。

よって，直線ABの傾きは $\frac{AF}{BF}=\frac{3}{4}\div 3=\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$ となる。

これから，直線ABの式は $y=\frac{1}{4}x+b$ となり，これがA$(2, 1)$を通るので

$1=\frac{1}{4}\times 2+b$ よって $b=\frac{1}{2}$，したがって $y=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$

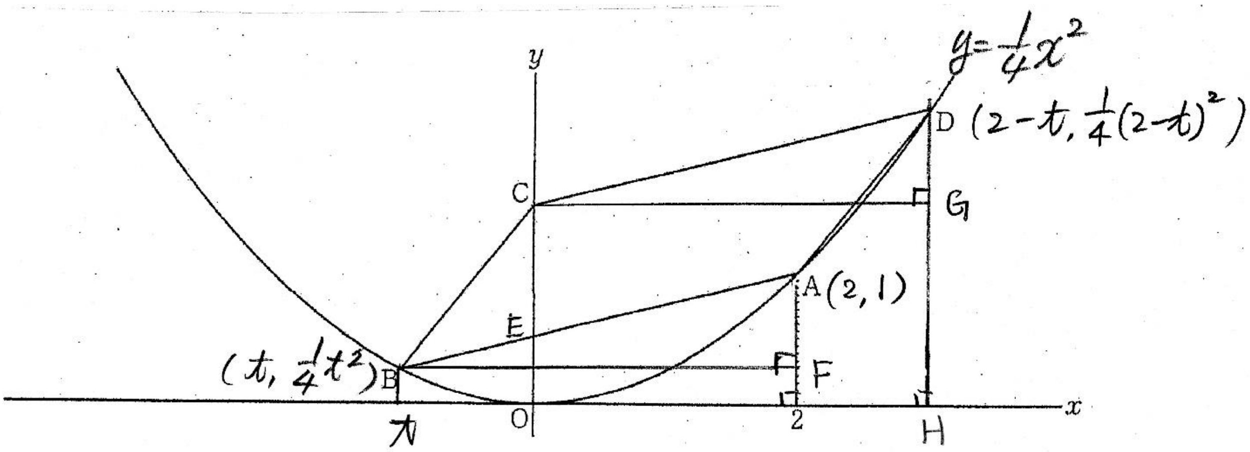
図から，$BF=2-(-1)=3=CG$ となり，Dの x 座標は3である。

これから，Dの y 座標は $y=\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{4}\times 3^2=\frac{9}{4}$ となる。

したがって，Cの y 座標は $DH-DG=\frac{9}{4}-\frac{3}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$ $(DG=AF)$

平行四辺形の面積は $\triangle CBA$ の2倍だから

$(CE=1)$ $\frac{1}{2}\times 1\times(1+2)\times 2=3$ ▱ABCDの面積は3



$(t<0)$

(3) 点Bの x 座標を t とする。

このとき，点Cの y 座標は $\dfrac{t^2-\boxed{\text{ケ}}\,t}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

点Cの y 座標が $\dfrac{15}{2}$ のとき，t の値は $\boxed{\text{サシ}}$ である。

点Bの x 座標が t だから y 座標は $y=\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{4}t^2$ となる。

(1)より，点Aの座標は $(2, 1)$ だから

$AF=1-\frac{1}{4}t^2=DG$ となる。

また，$BF=2-t=CG$ だから，点Dの x 座標は $(2-t)$ となる。

よって，点Dの y 座標は $y=\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{4}(2-t)^2$ となる。

図から

$$
\begin{aligned}
GH=DH-DG&=\frac{1}{4}(2-t)^2-\left(1-\frac{1}{4}t^2\right)\\
&=\frac{1}{4}(4-4t+t^2)-1+\frac{1}{4}t^2\\
&=1-t+\frac{1}{4}t^2-1+\frac{1}{4}t^2\\
&=\frac{1}{2}t^2-t
\end{aligned}
$$

よって，点Cの y 座標は $\frac{1}{2}t^2-t=\underline{\dfrac{t^2-2t}{2}}$

点Cの y 座標が $\frac{15}{2}$ のとき，次の方程式が成り立つ

$\dfrac{t^2-2t}{2}=\dfrac{15}{2}$　よって，$t^2-2t-15=0$

$(t-5)(t+3)=0$，これから $t=-3, 5$

$t<0$ だから $t=-3$

4 次の各問いに答えなさい。

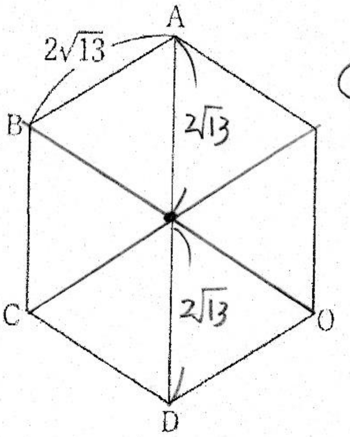
(1) 図1は1辺の長さが$2\sqrt{13}$の正六角形である。対角線ADの長さは辺ABの長さの $\boxed{ア}$ 倍である。 図から，$AD=2AB$になるので $\underline{2倍}$

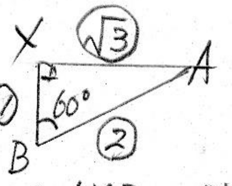
また，図2は，図1において点Aから辺BCの延長線上に垂線を引き，その交点をXとしたものである。このとき，線分BXの長さは$\sqrt{\boxed{イウ}}$である。

$BX=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{13}$

$=\underline{\sqrt{13}}$

図1



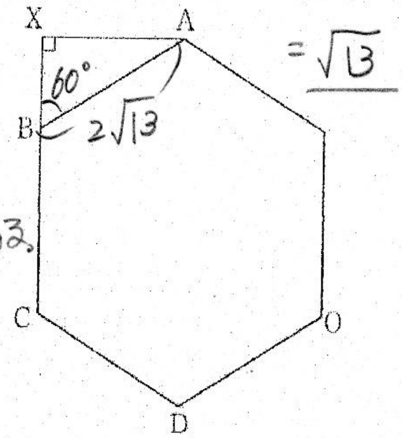


△AXBは，特別な直角三角形である。

$XB:BA:AX$

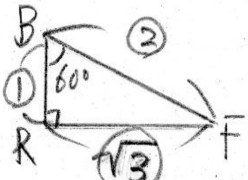
$=1:2:\sqrt{3}$

図2



(2) 図1の正六角形3つを図3のように並べる。

図から，$AR=4\sqrt{13}+2\sqrt{13}+\sqrt{13}=7\sqrt{13}$



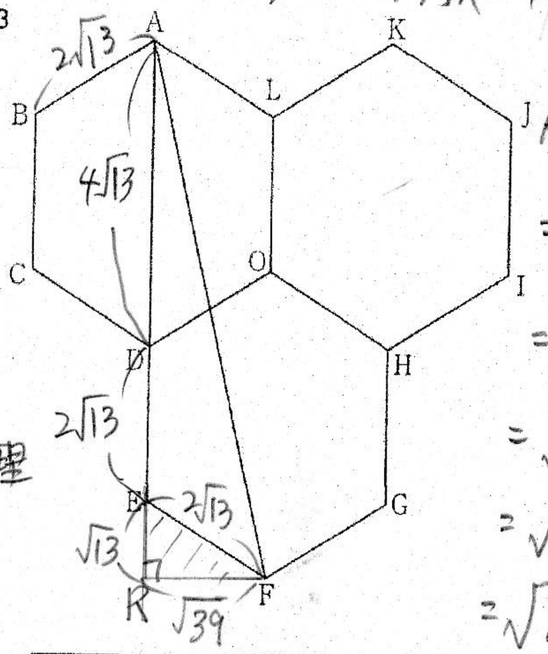
$BR=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{13}=\sqrt{13}$

$RF=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2\sqrt{13}=\sqrt{39}$

△ARFは，$\angle ARF=90°$の直角三角形だから，三平方の定理により，

$AF=\sqrt{AR^2+RF^2}$

図3



$AF=\sqrt{(7\sqrt{13})^2+(\sqrt{39})^2}$

$=\sqrt{49\times 13+39}$

$=\sqrt{13\times 49+13\times 3}$

$=\sqrt{13\times(49+3)}$

$=\sqrt{13\times 52}$

$=\sqrt{13\times 13\times 4}=\sqrt{13^2\times 2^2}$

$=13\times 2$

$=\underline{26}$

このとき，線分AFの長さは $\boxed{エ}$ である。$\boxed{エ}$ に当てはまるものを下のⓐからⓕまでの中から選びなさい。

ⓐ $4\sqrt{13}$　ⓑ $5\sqrt{13}$　ⓒ $13\sqrt{3}$　ⓓ $5\sqrt{26}$　ⓔ 26　ⓕ 39

(3) 図4は，図3において線分AFと線分EJの交点をPとしたものである。このとき，線分APの長さは $\boxed{オカ}$ である。

図から、

$\triangle AEQ \sim \triangle IJQ$

よって、

$AE : IJ = AQ : IQ = 3 : 1$

また、$AI = 2\sqrt{13} \times 3 = 6\sqrt{13}$

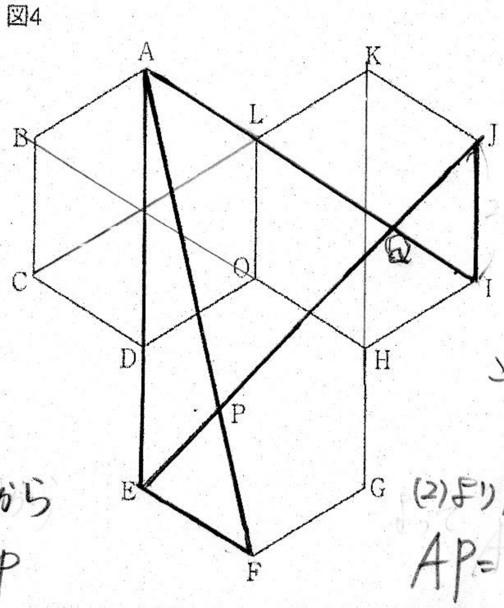
$AQ = \frac{3}{4} AI$ となるから、

$AQ = \frac{3}{4} \times 6\sqrt{13} = \frac{9\sqrt{13}}{2}$

また、$\triangle APQ \sim \triangle FRE$ だから

$AQ : FE = AP : FP$

図4



$AQ = \frac{9\sqrt{13}}{2}$，$FE = 2\sqrt{13}$ だから

$AP : FP = \frac{9\sqrt{13}}{2} : 2\sqrt{13}$

$= \frac{9}{2} : 2$

$= 9 : 4$

これから、

$AP = \frac{9}{13} AF$ となる。

(2)より $AF = 26$ だから

$AP = \frac{9}{13} \times 26 = \underline{18}$

(4) 図5は，図4において線分BIと線分EJの交点をM，線分BIと線分AFの交点をNとしたものである。

$\triangle AEF = \frac{1}{2} \times AE \times RF$

$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{13} \times \sqrt{39}$

$= 3 \times \sqrt{13} \times \sqrt{13} \times \sqrt{3}$

$= 39\sqrt{3}$

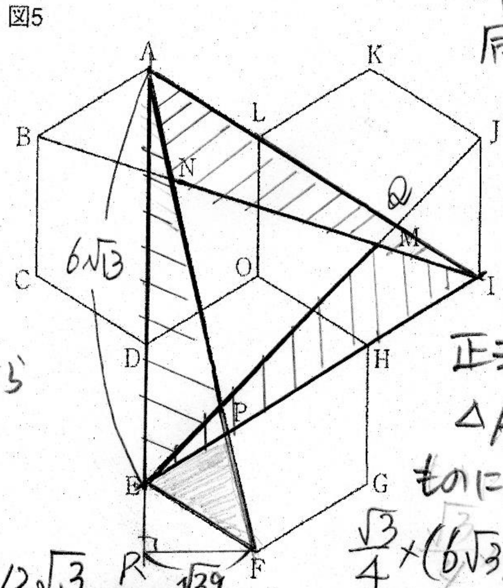
(3)より $AP : FP = 9 : 4$ だから

$\triangle PEF$ の面積は、

$\triangle PEF = \triangle AEF \times \frac{4}{13}$

$= 39\sqrt{3} \times \frac{4}{13} = \underline{12\sqrt{3}}$

図5



また、$\triangle AEP$ の面積は

同様に考えて、

$\triangle AEP = \triangle AEF \times \frac{9}{13}$

$= 39\sqrt{3} \times \frac{9}{13} = 27\sqrt{3}$

図から $\triangle MNP$ の面積は

正三角形AEIの面積から

$\triangle AEP$ の面積3つ分を引いた

ものになるので

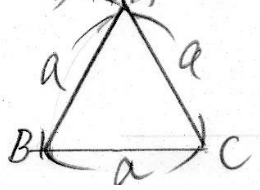
$\frac{\sqrt{3}}{4} \times (6\sqrt{3})^2 - (27\sqrt{3} \times 3) = \underline{36\sqrt{3}}$

このとき，△PEFの面積は $\boxed{キ}$ である。また，△MNPの面積は $\boxed{ク}$ である。

$\boxed{キ}$，$\boxed{ク}$ に当てはまるものを下のⓐからⓙまでの中から選びなさい。

ⓐ 12	ⓑ $4\sqrt{13}$	ⓒ $3\sqrt{39}$	ⓓ $12\sqrt{3}$	ⓔ $\frac{49}{3}\sqrt{3}$
ⓕ 36	ⓖ $12\sqrt{13}$	ⓗ $9\sqrt{39}$	ⓘ $36\sqrt{3}$	ⓙ $49\sqrt{3}$

※ 参考 正三角形の面積を求める公式



$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$