令和５年度入学者選抜学力検査【追試験】解説と解答（注）解き方の一例です。

1 次の各問いに答えなさい。

(1) $(2\sqrt{3}-5)^2-4\sqrt{3}(\sqrt{27}-4)$を計算すると $\boxed{\text{ア}}-\boxed{\text{イ}}\sqrt{3}$ である。

$= (2\sqrt{3})^2-2\times2\sqrt{3}\times5+5^2-4\sqrt{3}\times\sqrt{27}+4\sqrt{3}\times4$

$= 12-20\sqrt{3}+25-36+16\sqrt{3}$

$= 1-4\sqrt{3}$

$\underline{1-4\sqrt{3}}$

(2) 連立方程式

$$\begin{cases} x+1=\frac{1}{2}y+3 & ---① \\ 6-y=x+1 & ---② \end{cases}$$

を解くと $x=\boxed{\text{ウ}}$，$y=\boxed{\text{エ}}$ である。

①，②より

$\frac{1}{2}y+3=6-y$

$y+6=12-2y$

$3y=6$

$y=2$

$y=2$ を②に代入すると

$6-2=x+1$

$x+1=4$

$x=3$

$\underline{x=3,\ y=2}$

(3) 関数 $y=ax^2$ について，xの変域が$-1\leqq x\leqq 2$のとき，yの変域は$b\leqq y\leqq 12$である。
このとき，$a=\boxed{\text{オ}}$，$b=\boxed{\text{カ}}$ である。

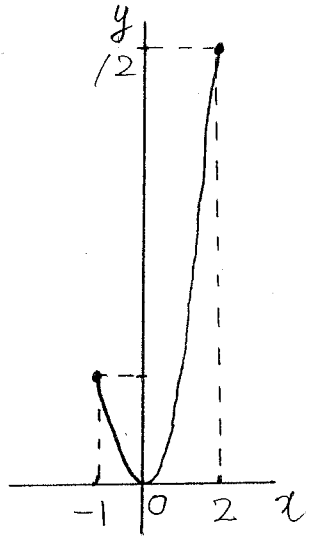
yの値が正なので，$a>0$となり，グラフは，
右の図のようになる。
グラフから，$x=2$のとき$y=12$となるので
$y=ax^2$に，$x=2$，$y=12$を代入すると，

$12=a\times2^2$

$4a=12$

$a=3$

$\underline{a=3}$



yの最小値は，$x=0$のとき$y=0$なので
yの変域は，$0\leqq y\leqq 12$となる。

よって，$\underline{b=0}$

(4) 3直線 $y=2x$, $y=\frac{1}{2}x+9$, $y=-\frac{1}{3}x+k$ が1点で交わるとき, $k=$ $\boxed{キク}$ である。

$$\begin{cases} y=2x \cdots ① \\ y=\frac{1}{2}x+9 \cdots ② \end{cases}$$

①,②より

$2x=\frac{1}{2}x+9$　$3x=18$

$4x=x+18$　$x=6$

$x=6$ を①に代入

$y=2\times6=12$

よって, $(6,12)$ で交わる。

$x=6, y=12$ を

$y=-\frac{1}{3}x+k$ に代入すると

$12=-\frac{1}{3}\times6+k$

$k=12+2=14$

$k=14$

(5) 2個のさいころを同時に投げるとき, 出る目の和が10以下になる確率は $\dfrac{\boxed{ケコ}}{\boxed{サシ}}$ である。

ただし, 2個のさいころはそれぞれ1から6までの目が出るとし, どの目が出ることも同様に確からしいものとする。

2個のさいころの目の出方は, 全部で $6\times6=36$ とおり。

出る目の和が11以上になる場合は, $(5,6)$, $(6,5)$, $(6,6)$ の3とおりある。よって求める確率は, $1-\frac{3}{36}=1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$

$\frac{11}{12}$

(6) 下の表は, ある競技における出場者の得点である。

出場者	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
得点(点)	8	3	7	7	3	3	7	10	3	3

得点のデータの最頻値（モード）は $\boxed{ス}$ 点である。また, 中央値（メジアン）は $\boxed{セ}$ 点である。

データを小さい順に並び替えると

3, 3, 3, 3, 3 | 7 7 7 8 10

これから最頻値（モード）は, 3点

中央値（メジアン）は,

$(3+7)\div2=5$　5点

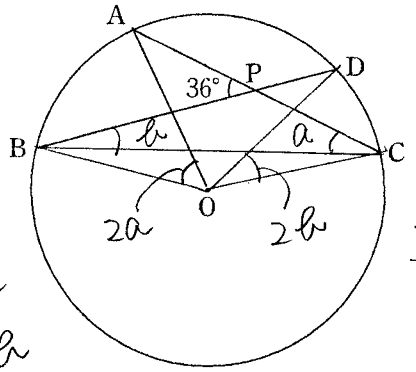
(7) 下の図のように，半径が 10 cm の円 O の周上に 4 点 A, B, C, D がある。弦 AC と弦 BD の交点を P とすると，∠APB = 36°である。このとき，弧 AB と弧 CD の長さの和は，$\boxed{\text{ソ}}$ π cm である。ただし，弧 AB は 2 点 A, B を，弧 CD は 2 点 C, D をそれぞれ両端とする弧のうち短い方を表すものとする。

点Bと点Cを結ぶ

$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角を∠a

$\overset{\frown}{CD}$に対する円周角を∠b

とすると。



$\overset{\frown}{AB}$に対する中心角は2∠a

$\overset{\frown}{CD}$に対する中心角は2∠b

よって、$\overset{\frown}{AB}$と$\overset{\frown}{CD}$の長さの和は、

中心角が2(∠a+∠b)の弧の長さに等しい

△PBCにおいて、

内角と外角の関係から、

∠a+∠b=36°

よって、2(∠a+∠b)=72°

これから、$\overset{\frown}{AB}$と$\overset{\frown}{CD}$の長さの和は、

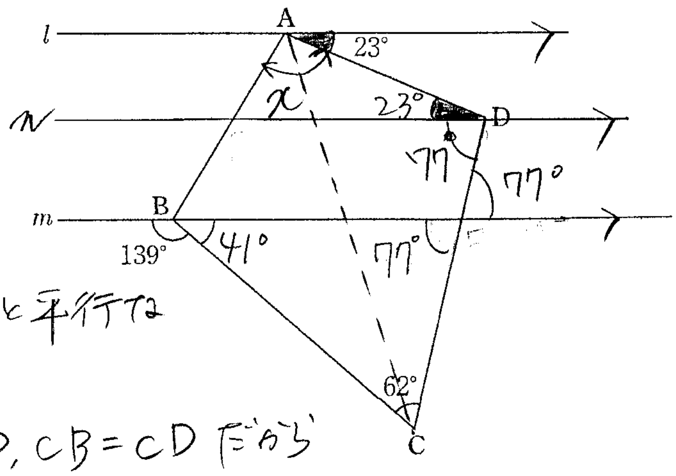
$2\pi\times10\times\frac{72}{360}$

$=2\pi\times10\times\frac{1}{5}$

$=4\pi$

4π cm

(8) 下の図で，2 直線 l, m は平行で，点 A は直線 l 上に，点 B は直線 m 上にあり，AB = AD，CB = CD である。このとき，∠BAD = $\boxed{\text{タチ}}$° である。



点Dを通り直線lと平行な直線nを引く。

仮定より、AB=AD, CB=CDだから

△ABC≡△ADC

よって、∠ABC=∠ADC=23°+77°=100°

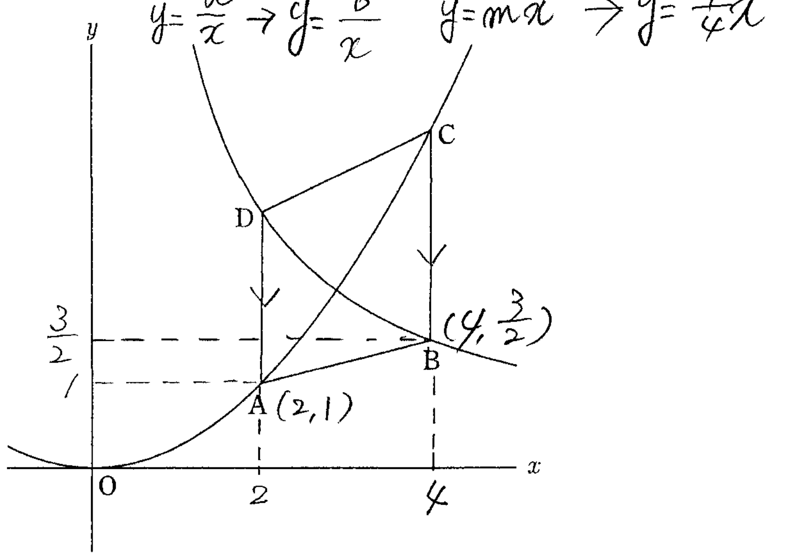
四角形ABCDにおいて、∠BAD=x°とすると

x+100×2+62=360　　x=360−262=98

∠BAD=98°

2 図１のように，２つの関数 $y = mx^2$，$y = \frac{a}{x}$ のグラフがある。２点Ａ，Ｃは $y = mx^2$，２点Ｂ,Ｄは $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上にあり，AD//BC である。また，Ａの座標は（2,1），ＢとＣの x 座標は４であり，２点Ａ，Ｂを通る直線の傾きは $\frac{1}{4}$ である。

図１



このとき，次の各問いに答えなさい。

(1) $m = \frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

関数 $y=mx^2$ が，点A(2, 1)を通るので，$x=2$, $y=1$ を代入すると，$1=m\times2^2 \rightarrow 4m=1 \rightarrow m=\frac{1}{4}$

(2) Ｂの y 座標は $\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ であり，$a = \boxed{オ}$ である。

2点A, Bを通る直線の傾きは $\frac{1}{4}$ なので，切片をbとすると，
$y=\frac{1}{4}x+b$ で表せる。これが点A(2, 1)を通るので $x=2$, $y=1$
を代入すると，$1=\frac{1}{4}\times2+b \rightarrow \frac{1}{2}+b=1 \rightarrow b=\frac{1}{2}$
よって，直線ABの式は，$y=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$ となる。
点Bの x 座標は，4なので $y=\frac{1}{4}\times4+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$，よって点Bの y 座標は $\frac{3}{2}$
これから，B$(4, \frac{3}{2})$ となる。
関数 $y=\frac{a}{x}$ は，点B$(4, \frac{3}{2})$ を通るので $\frac{3}{2}=\frac{a}{4}$ これから $a=6$

(3) (2)より、点Dは $y=\frac{6}{x}$ 上にあるので、点Dのx座標2を代入すると

$y=\frac{6}{2}=3$ よって、点D(2, 3)となる。同様に点Cは、$y=\frac{1}{4}x^2$ にあるので

点Cのx座標4を代入すると

(3) 四角形ABCDの面積は $\frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ である。 $y=\frac{1}{4}\times 4^2=4$ よって、点C(4, 4)となる。

図から、$\triangle DAB=\frac{1}{2}\times AD\times(4-2)=\frac{1}{2}\times 2\times 2=2$

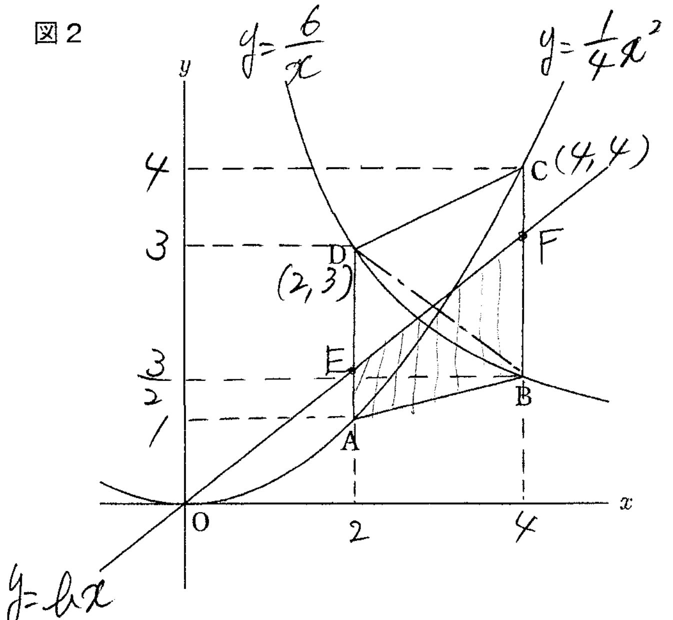
$\triangle DBC=\frac{1}{2}\times BC\times(4-2)=\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}\times 2=\frac{5}{2}$

これから、四角形ABCD $=\triangle DAB+\triangle DBC=2+\frac{5}{2}=\frac{9}{2}$

(4) 図2のように，原点Oを通る直線 $y=bx$ が四角形ABCDの面積を二等分するとき，

$b=\frac{\boxed{クケ}}{\boxed{コサ}}$ である。

図2



直線 $y=bx$ が四角形ABCDと交わる点を、図のように点E、点Fとする。

点Eのy座標は $y=bx=b\times 2=2b$ (x座標が2なので)

点Fのy座標は $y=bx=b\times 4=4b$ (x座標が4なので)

これから、$EA=(2b-1)$, $FB=(4b-\frac{3}{2})$ で表せる。

題意より台形EABFの面積が四角形ABCDの $\frac{1}{2}$ になればよいので次の式が成り立つ。

$$\frac{1}{2}\left\{(2b-1)+(4b-\frac{3}{2})\right\}\times 2=\frac{9}{2}\times\frac{1}{2}$$

これから $\frac{1}{2}(6b-\frac{5}{2})\times 2=\frac{9}{4}$

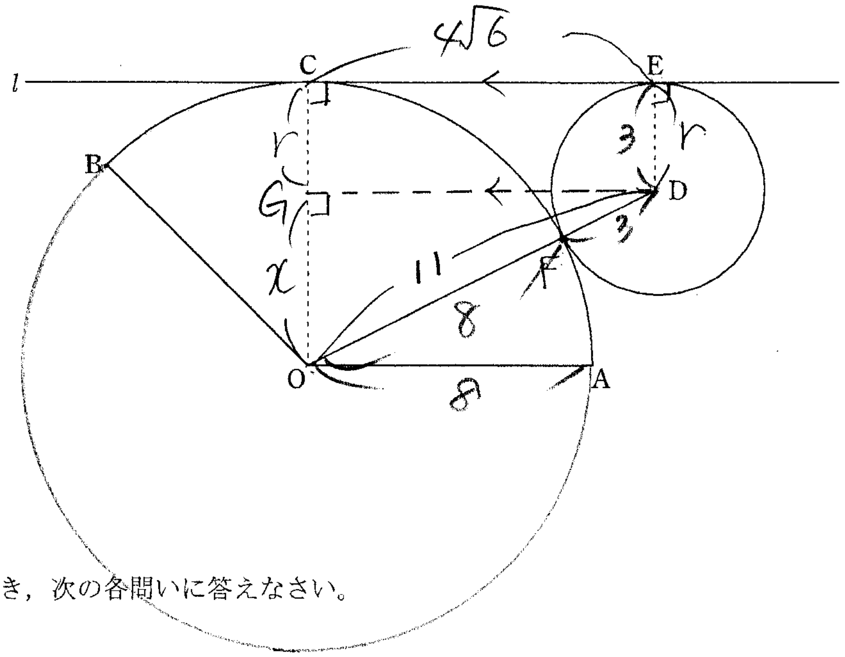
$6b-\frac{5}{2}=\frac{9}{4}\rightarrow 24b-10=9$

$24b=19$

$b=\frac{19}{24}$

3 図1は円錐の展開図であり，側面は扇形 OAB，底面は点 D を中心とする円である。直線 l は扇形 OAB と円 D に，それぞれ点 C と点 E で接している。線分 OD の長さは 11 で，四角形 ODEC の面積は $22\sqrt{6}$ である。

図1



このとき，次の各問いに答えなさい。

(1) OC + DE = $\boxed{アイ}$ である。

点Oと点Dを結び、扇形OABと底面の円Dの接点を点Fとする。

図から、OC=OF, DE=DF より OC+DE=OF+DF=11

(2) CE = $\boxed{ウ}\sqrt{\boxed{エ}}$ である。

四角形ODECは台形なので、面積は $\frac{1}{2}\times(OC+DE)\times CE=22\sqrt{6}$

(1)より OC+DE=11だから $\frac{1}{2}\times 11\times CE=22\sqrt{6}$, これから $CE=4\sqrt{6}$

(3) DE = $\boxed{オ}$ である。

点Dから l に対して平行線DGを引く。OG=xとおくと、DG=$4\sqrt{6}$だから、

三平方の定理により $x=\sqrt{11^2-(4\sqrt{6})^2}=\sqrt{121-96}=\sqrt{25}=5$

DE=rとおくと、OC=OG+GC=5+r

よって、(1)より、(5+r)+r=11

これから r=3

(4) ∠AOB = $\boxed{カキク}$° である。

図から、OA=OF=11−3=8

よって、円Oの円周の長さは、

$2\pi\times 8$

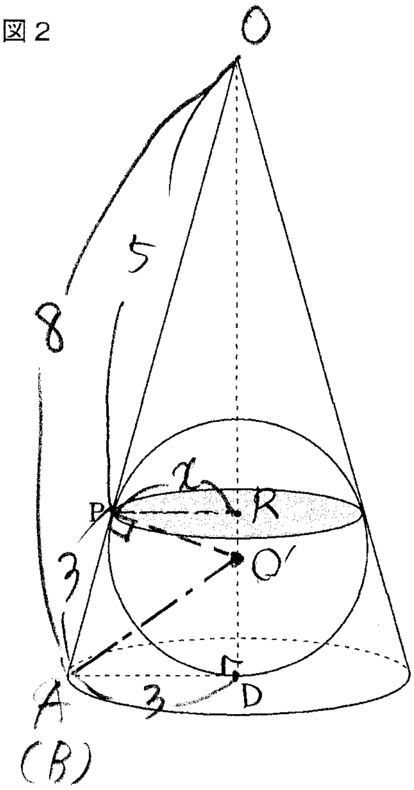
また、扇形OABの $\overset{\frown}{AB}$ の長さは、円Dの円周の長さ $2\pi\times 3$ に等しいので

$\angle AOB=360°\times\frac{2\pi\times 3}{2\pi\times 8}=135°$

$\angle AOB=135°$

(5) **図２**は**図１**の展開図を組み立てて円錐にし，その円錐に球がぴったり入っている様子を表したものである。点Ｐは円錐の側面と球の表面が共有している点の１つである。点Ｐを通り，円錐の底面に平行な平面で球を切断したときにできる切り口の面積は $\dfrac{\boxed{ケコサ}}{\boxed{シス}}\pi$ である。

図２



球の中心をO′とする。また、切断面の中心をRとする。
点Pと点Dは、球O′と円錐の接点なので
$\angle APO' = \angle ADO' = 90°$, $AP = AD = 3$ となる。
図から、$\triangle OPR \backsim \triangle OAD$ なので、$PR = x$ とすると、
$5 : 8 = x : 3 \rightarrow 8x = 15 \rightarrow x = \dfrac{15}{8}$
よって、切り口の面積は、$\pi \times \left(\dfrac{15}{8}\right)^2 = \dfrac{225}{64}\pi$

$\dfrac{225}{64}\pi$

4 図１のように，12 列のます目がある長方形の紙に，自然数が１から小さい順に書かれている。

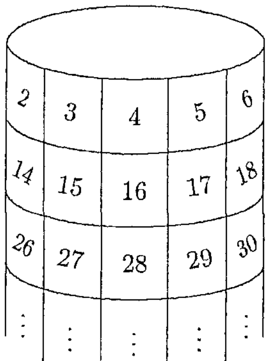
図１

l列 ＼ k行	1列目	2列目	3列目	4列目	5列目	6列目	7列目	8列目	9列目	10列目	11列目	12列目	1列目	2列目
1行目	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2
2行目	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	13	14
3行目	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	25	26
4行目	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	37	38
5行目	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	49	50
6行目	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	61	62
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

上から k 行目（$k \geqq 1$），左から l 列目（$1 \leqq l \leqq 12$）のます目に書かれている自然数を（k, l）成分と呼ぶことにする。たとえば，（2, 6）成分は 18 である。

図２のように，図１の紙を自然数が書かれている面を外側にして，長方形の縦の辺が重なるように円筒にする。

図２



$K \geqq 2$, $2 \leqq l \leqq 11$ のときの (k, l) 成分は.

l列目の 2行目の成分は. $12 \times 1 + l$
l列目の 3行目の成分は. $12 \times 2 + l$
l列目の 4行目の成分は. $12 \times 3 + l$
⋮
l列目のk行目の成分は $12 \times (k-1) + l$

よって. k行目のl列目の成分は.
$12(k-1)+l$
$= \underline{12k + l - 12}$ で表せる。

(1) (3, 7)成分は、31だから、(5, 7)成分は、$31+12+12=55$となる。 $\underline{55}$

(2) (k, l)成分の上下にある自然数は、それぞれ(k, l)成分より12小さく、12大きい。また、左右にある自然数は、それぞれ1小さく、1大きいのが分かる。よって、$-12, +12, -1, +1$をすべて足すと、0になる。

これから $S = 55 \times 4 = \underline{220}$

$(S = a+b+c+d)$

		a		
		$55(-12)$		
b	$55(-1)$	55	$55(+1)$	c
		$55(+12)$		
		d		

(3) $k \geqq 2$, $2 \leqq l \leqq 11$のとき、(k, l)成分は $\underline{12(k-1)+l = 12k+l-12}$ で表される。

(2)より、(k, l)成分の上下左右の4つの自然数を足すことは、(k, l)成分を4倍することに等しい。

よって、$S = 4(12k+l-12) = \underline{48k+4l-48}$ ---①

また $k \geqq 2$, $l=12$のときは、$(k, 12)$成分は、$12k$で表される。

このとき、$a=12k-12$, $b=12k-1$, $c=12k-11$, $d=12k+12$

となり、$\underline{S = 48k-12}$ となる。---②

さらに、$k \geqq 2$, $l=1$のときは、$(k, 1)$成分は、$12(k-1)+1=12k-11$

で表される。このとき、$a=(12k-11)-12$, $b=12k$, $c=(12k-11)+1$

$d=(12k-11)+12$となり、$\underline{S = 48k-32}$ となる。---③

(4) $S=300$のとき、①より、$S=48k+4l-48$だから

$48k+4l-48=300$ これから $12k+l=87$

よって、$k = \dfrac{87-l}{12}$ ⇒ $k \geqq 2$, $2 \leqq l \leqq 11$で、これを成り立たせる

自然数k, lは、$\underline{k=7, l=3}$のときである。

②, ③より、$l=12$, $l=1$のときは、成立しない。

(5) $S=468$のとき、①より、$48k+4l-48=468$、これから $12k+l=129$

よって、$k = \dfrac{129-l}{12}$ ⇒ これを成り立たせる自然数k, lは

$\underline{k=10, l=9}$ のときである。

または、②より$l=12$のとき、$48k-12=468$から$k=10$

③の$l=1$のときは成立しない。 $\underline{k=10, l=12}$