令和５年度入学者選抜学力検査【本試験】解説と解答（注）解き方の一例です。

$\boxed{1}$ 次の各問いに答えなさい。

(1) $-3+2\times\left\{\left(3-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}\right\}$ を計算すると $\boxed{ア}$ である。

$=-3+2\times\left\{\left(\frac{5}{2}\right)^2-\frac{1}{4}\right\}$

$=-3+2\times\frac{24}{4}$

$=-3+2\times6=9$

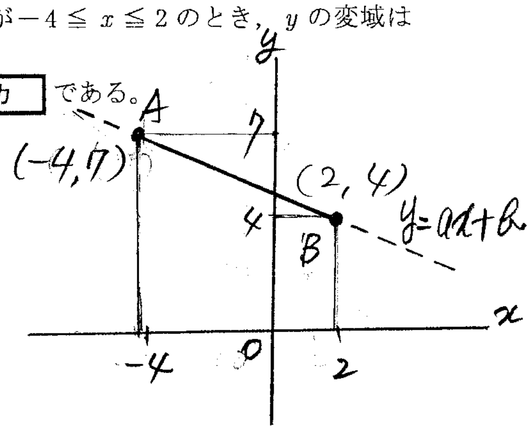
(2) 2次方程式 $x^2-6x+2=0$ を解くと $x=\boxed{イ}\pm\sqrt{\boxed{ウ}}$ である。

解の公式により

$x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times1\times2}}{2}$

$=\frac{6\pm\sqrt{28}}{2}=\frac{6\pm2\sqrt{7}}{2}=3\pm\sqrt{7}$

(3) $a<0$ とする。関数 $y=ax+b$ について，x の変域が $-4\leqq x\leqq2$ のとき，y の変域は $4\leqq y\leqq7$ である。このとき，$a=-\frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$，$b=\boxed{カ}$ である。



$a<0$ より，$y=ax+b$ は右下がりのグラフとなる。

よって、$x=-4$ のとき $y=7$，$x=2$ のとき $y=4$ となる。

これから、傾き $a=\frac{4-7}{2-(-4)}=\frac{-3}{6}=-\frac{1}{2}$

よって、$y=-\frac{1}{2}x+b$ とおける。これに $x=2$，$y=4$ を代入すると、

$4=-\frac{1}{2}\times2+b$ となり，$b=4+1=5$

$a=-\frac{1}{2}$，$b=5$

（別解）

$y=ax+b$ に $x=-4$，$y=7$ と $x=2$，$y=4$ を代入して

a、b の連立方程式として、a、b を求めてもよい。

(4) 2つの関数 $y = ax^2$，$y = -\frac{3}{x}$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合が等しいとき，$a = \frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$ である。

それぞれの変化の割合を求める

① $y = ax^2$

x	$1 \longrightarrow 3$
y	$a \longrightarrow 9a$

変化の割合 $= \frac{9a - a}{3 - 1} = \frac{8a}{2} = 4a$

② $y = -\frac{3}{x}$

x	$1 \longrightarrow 3$
y	$-3 \longrightarrow -1$

変化の割合 $= \frac{-1-(-3)}{3-1} = \frac{2}{2} = 1$

①,②の変化の割合が等しいので

$4a = 1$

よって

$a = \frac{1}{4}$

(5) 袋の中に赤玉 2 個と白玉 3 個が入っている。いま，袋の中から玉を 1 個取り出して色を調べてから戻し，また玉を 1 個取り出すとき，2 回とも同じ色である確率は $\frac{\boxed{ケコ}}{\boxed{サシ}}$ である。ただし，どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。

1個目に玉を1個取り出す時の取り出し方は全部で5とおりある。2回目も同じように5とおりずつあるので，取り出し方は全部で $5 \times 5 = 25$ とおりある。
この時，2回とも同じ色が出る場合は，次のように13とおりある。

赤1 — 赤1, 赤2　赤2 — 赤1, 赤2　白1 — 白1, 白2, 白3　白2 — 白1, 白2, 白3　白3 — 白1, 白2, 白3

したがって求める確率は $\frac{13}{25}$

(6) 下の資料は，中学生 10 人の握力を測定した記録である。このデータの中央値（メジアン）は $\boxed{スセ}$ kg であり，範囲は $\boxed{ソタ}$ kg である。

25，12，30，24，16，40，29，33，17，35　(kg)

並びかえると

12，16，17，24，25，| 29，30，33，35，40　(kg)

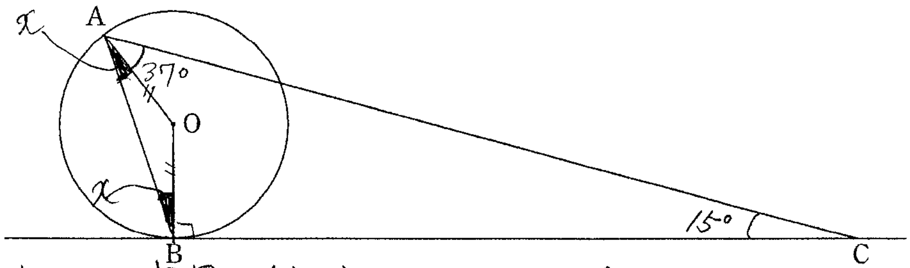
これから，中央値（メジアン）は

$(25 + 29) \div 2 = 54 \div 2 = 27$

最大値は 40，最小値は 12 なので

範囲は $40 - 12 = 28$

(7) 下の図で，点Aと点Bは円Oの周上にあり，直線BCは円Oに接している。
$\angle OAC = 37^\circ$，$\angle BCA = 15^\circ$のとき，$\angle OAB =$ $\boxed{チツ}$ °である。

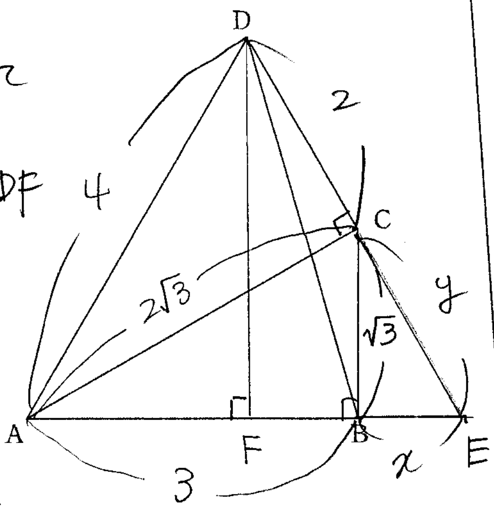


円Oの中心Oを点Bを結ぶ
直線BCは円Oに接しているので
$\angle OBC = 90^\circ$
また、$OA = OB =$ 半径だから
$\angle OAB = \angle OBA = x$ とおける。

$\triangle ABC$ において 図から
$2x + 37 + 15 + 90 = 180$
$2x = 38$
$x = 19$ $\underline{\angle OAB = 19^\circ}$

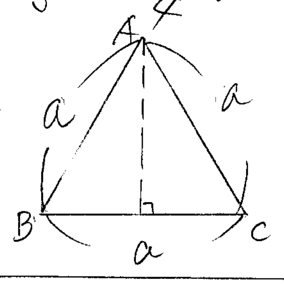
(8) 下の図で，$\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$，$AB = 3$，$BC = \sqrt{3}$，$CD = 2$ である。
このとき，$AD =$ $\boxed{テ}$，$BD = \sqrt{\boxed{トナ}}$ である。

線分ABと線分DCを延長して
交わる点をEとする。
また、点Dから線分ABに垂線DF
を下ろす。



(参考)

1辺がaの正三角形の
高さhと面積Sは
$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$
$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$



$\triangle ABC$ は $\angle ABC = 90^\circ$ だから
三平方の定理により
$AC = \sqrt{3^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
$\triangle ACD$ も $\angle ACD = 90^\circ$ だから
$AD = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = \sqrt{12+4} = \sqrt{16} = 4$ $\underline{AD = 4}$

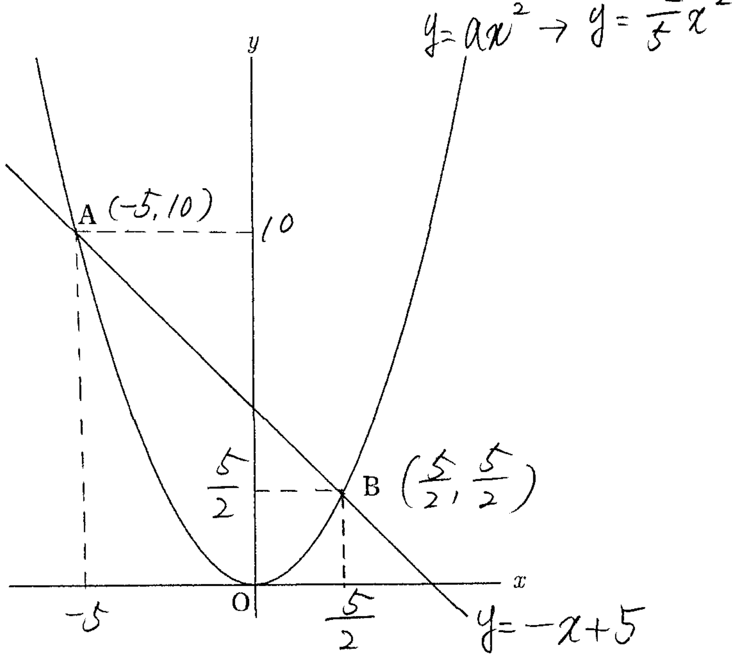
図から $\underline{\triangle AEC \backsim \triangle ACB \backsim \triangle CEB}$ である。
よって $BE = x$，$CE = y$ とおくと
$3 : \sqrt{3} = \sqrt{3} : x \rightarrow 3x = 3 \rightarrow x = 1$
$3 : \sqrt{3} = 2\sqrt{3} : y \rightarrow 3y = 6 \rightarrow y = 2$
よって $\triangle AED$ は1辺が4cmの正三角形となるので
$DF = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$，$AF = 4 \times \frac{1}{2} = 2$，$FB = 1$ になる。

$\triangle DFB$ は $\angle DFB = 90^\circ$ だから
$BD = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{13}$

$\underline{BD = \sqrt{13}}$

2 図１のように，関数 $y = ax^2$ のグラフ上に２点Ａ，Ｂがある。点Ａの座標は（-5，10），点Ｂの x 座標は $\frac{5}{2}$ である。

図１



このとき，次の各問いに答えなさい。

(1) 点A$(-5,10)$は. $y=ax^2$上にあるので. $x=-5$, $y=10$を代入すると.

$10=a\times(-5)^2 \to 25a=10 \to a=\frac{2}{5}$　　$a=\frac{2}{5}$

(1)　a の値は $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ であり，点Ｂの y 座標は $\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。

点Bは. $y=\frac{2}{5}x^2$上にあるので. $x=\frac{5}{2}$を代入すると

$y=\frac{2}{5}\times\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{2}{5}\times\frac{25}{4}=\frac{5}{2}$　点Bのy座標は$\frac{5}{2}$

(2)　直線ABの傾きは $\boxed{オカ}$，切片は $\boxed{キ}$ である。

直線ABの傾きをc, 切片をdとおくと. この直線の式は. $y=cx+d$とおける。

この直線が点A$(-5,10)$. 点B$\left(\frac{5}{2},\frac{5}{2}\right)$を通るので

$$\begin{cases} 10=-5c+d \cdots ① \\ \frac{5}{2}=\frac{5}{2}c+d \cdots ② \end{cases}$$

②×2より. $5=5c+2d \cdots ②'$

①+②'より.

$$\begin{array}{rr} & -5c+d=10 \\ +) & 5c+2d=5 \\ \hline & 3d=15 \\ & d=5 \end{array}$$

$d=5$を①に代入すると

$-5c+5=10$

$-5c=5$

$c=-1$

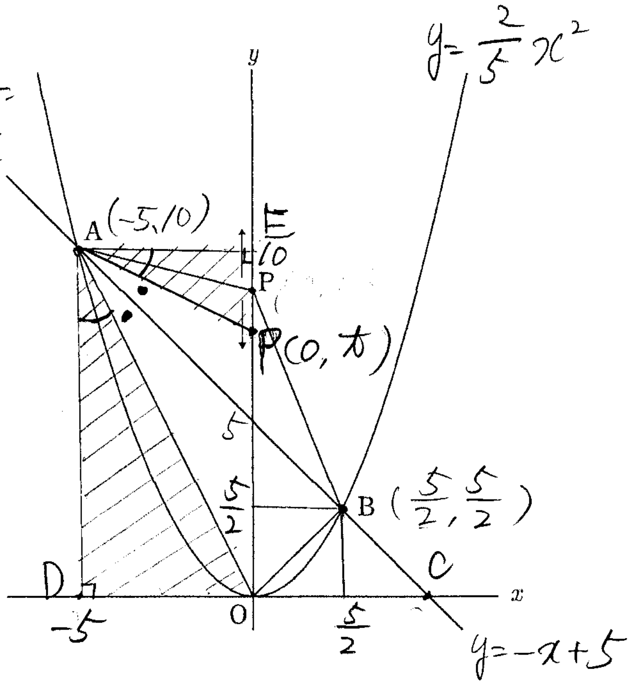
よって. 直線ABの傾きは. -1

切片は 5である。

(3) 図2のように，y 軸上を動く点 P $(0, t)$ （$t > 0$）がある。

図2

図のように点Aからx軸に垂線AD, y軸に垂線AEを下ろす。
また、直線ABとx軸との交点を点Cとする。



このとき，次の (i)，(ii) に答えなさい。

(i) OP $= t$ より、

$\triangle AOP = \frac{1}{2} \times OP \times 5 = \frac{1}{2} \times t \times 5 = \frac{5}{2}t$

$\triangle POB = \frac{1}{2} \times OP \times \frac{5}{2} = \frac{1}{2} \times t \times \frac{5}{2} = \frac{5}{4}t$

(i) 四角形 OAPB の面積が 45 となるとき，$t =$ $\boxed{クケ}$ である。

四角形OAPB $= \triangle AOP + \triangle POB = \frac{5}{2}t + \frac{5}{4}t = \frac{15}{4}t$

これから、$\frac{15}{4}t = 45 \rightarrow t = 45 \times \frac{4}{15} = 12$ $t=12$

(ii) ∠PAB ＝∠OAB となるとき，$t = \dfrac{\boxed{コサ}}{\boxed{シ}}$ である。

(2)より、直線ABの傾きは、-1 なので、∠CAE ＝ ∠CAD ＝ 45°である。

また、仮定より、∠PAB ＝ ∠OAB だから、∠PAE ＝ ∠OAD ・・・①

△PAE と △OAD において、

∠PEA ＝ ∠ODA ＝ 90° ・・・②

①、②より、△PAE ∽ △OAD

よって、AE : AD ＝ 5 : 10 ＝ 1 : 2 (相似比) $t=\frac{15}{2}$

これから、$PE = \frac{1}{2} \times OD = \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2}$

したがって、$OP = t = OE - PE = 10 - \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$

3 野菜や果物の皮などの捨てる部分を廃棄部といい，廃棄部を除いた食べられる部分を可食部という。廃棄部に含まれる食物繊維の割合は高く，エネルギーの割合は低い。そのため，可食部に含まれる食物繊維の割合は低く，エネルギーの割合は高い。

ある野菜Aの廃棄部と可食部それぞれの食物繊維の含有量とエネルギーを調べる。このとき，次の各問いに答えなさい。

(1) 廃棄部 40 g あたりの食物繊維の含有量を調べたところ，3.08 g であった。廃棄部における食物繊維の含有量の割合は $\boxed{ア}.\boxed{イ}$ %である。

$$\frac{3.08}{40} \times 100 = 7.7$$

7.7 %

(2) 下の表は，野菜Aと可食部それぞれの 100 g あたりの食物繊維の含有量とエネルギーを示したものである。

	食物繊維	エネルギー
野菜A 100 g	3.6 g	45 kcal
可食部 100 g	2.7 g	54 kcal
廃棄部100g	7.7g	akcal

この表と(1)の結果を用いると，野菜A 200 g における可食部の重さは $\boxed{ウエオ}$ g，廃棄部の重さは $\boxed{カキ}$ g である。また，廃棄部 100 g あたりのエネルギーは $\boxed{ク}$ kcal である。

野菜200gにおける可食部の重さをxg，廃棄部の重さをygとすると．

$$\begin{cases} x+y=200 \cdots ① \\ x \times \frac{2.7}{100} + y \times \frac{7.7}{100} = 3.6 \times 2 \cdots ② \end{cases}$$

②より $27x+77y=7200 \cdots ②'$

②'−①×27

$$\begin{array}{rl} & 27x+77y=7200 \\ -) & 27x+27y=5400 \\ \hline & 50y=1800 \\ & y=36 \end{array}$$

y=36を①に代入すると． $x+36=200$

$x=164$

$(x, y)=(164, 36)$

可食部の重さ 164g

廃棄部の重さ 36g

これから野菜A100gにおける可食部の重さは．

$164 \div 2 = 82g$

同様に廃棄部の重さは．

$36 \div 2 = 18g$

よって．廃棄部100gあたりのエネルギーをakcalとすると．

$$82 \times \frac{54}{100} + 18 \times \frac{a}{100} = 45$$

$4428+18a=4500$

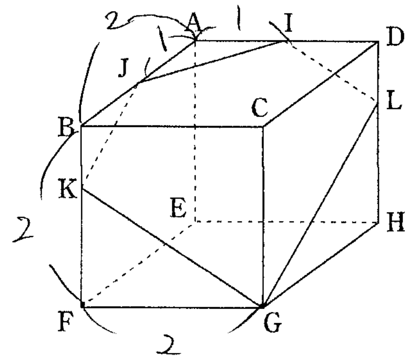
$18a=72$

$a=4$

4 kcal

4 図１のように，１辺の長さが２cm の立方体 ABCD-EFGH がある。辺 AD，AB 上にそれぞれ点 I，J があり，AI ＝ AJ ＝ 1 cm である。３点 G，I，J を通る平面でこの立体を切ると，切り口は五角形 IJKGL になる。

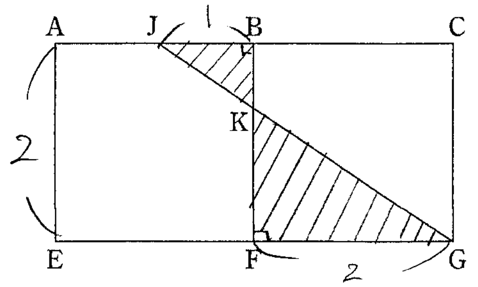
図１



このとき，次の各問いに答えなさい。

(1) 図２はこの立方体の展開図の一部である。図２において，３点 J，K，G は一直線上にあるため，BK ＝ $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ cm である。

図２



△JKB ∽ △GKF より

JB : GF = BK : FK = 1 : 2

BF = 2 cm だから

$BK = \frac{1}{3}BF = \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$

$BK = \frac{2}{3}$

（別解）

BK = x とおくと

FK = $(2-x)$ となり

$1 : 2 = x : (2-x)$

$2x = 2 - x$

$3x = 2$

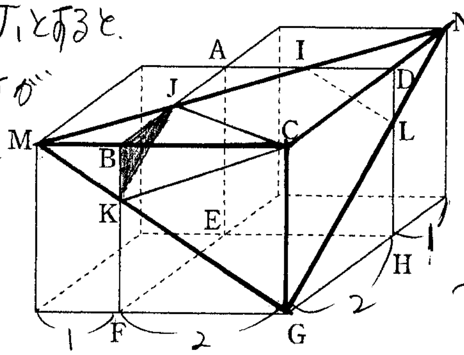
$x = \frac{2}{3}$

よって，$BK = \frac{2}{3}$

(2)　図３のように，図１の立方体の面 ABFE と面 AEHD をそれぞれ共有している２つの直方体を考える。ただし，４点 M，J，I，N は一直線上にあるとする。

三角錐G−CMNの体積をV_1とすると，V_1は，底面が△CMG，高さがCNの三角錐として体積を求めることができる。
図から，CM=3，CG=2，CN=3だから
$V_1=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times3\times2\right)\times3=\underline{3}$

図３



三角錐C−BJKの体積をV_2とすると，底面が△BJK，高さがBCの三角錐として体積を求める。
図から BJ=1，BK=$\frac{2}{3}$，BC=2だから
$V_2=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times1\right)\times2$
$=\frac{2}{9}$

このとき，三角錐 G-CMN の体積は $\boxed{ウ}$ cm³ であり，三角錐 C-BJK の体積は $\frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ cm³ である。

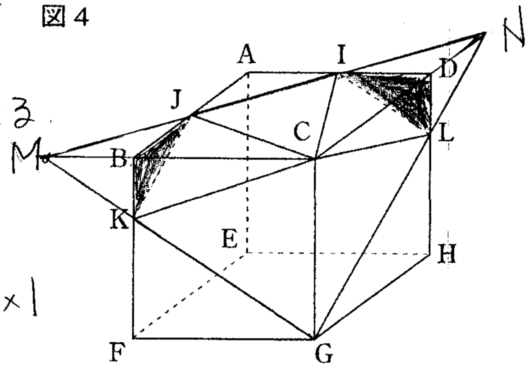
三角錐G−CMNの体積は 3 cm³

三角錐C−BJKの体積は $\frac{2}{9}$ cm³

(3)　図４のように，図１の五角形 IJKGL を底面とする五角錐 C-IJKGL を考える。五角錐 C-IJKGL の体積は $\frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ cm³ である。

三角錐M−BKJの体積をV_3とすると，V_3は，底面が△BKJ，高さがMBの三角錐として体積を求めることができる。
図から BJ=1，BK=$\frac{2}{3}$，MB=1だから
$V_3=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times1\right)\times1$
$=\frac{1}{9}$

図４

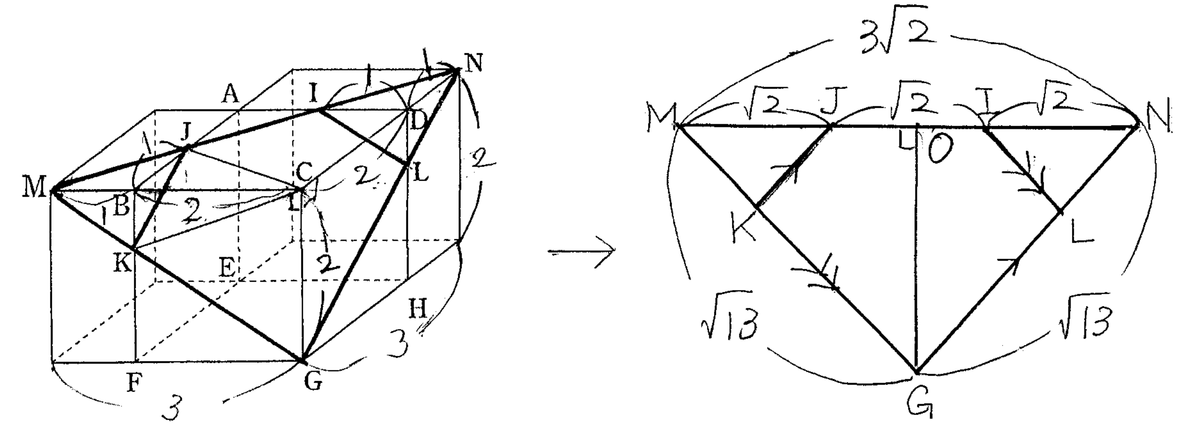


五角錐C−IJKGLの体積をVとすると，Vは，
三角錐G−CMNから，
三角錐M−BKJ，
三角錐C−BKJ，
三角錐N−DIL
三角錐C−DIL
を除いたものに等しいので，

$V=V_1-2V_2-2V_3$
$=3-2\times\frac{2}{9}-2\times\frac{1}{9}$
$=\frac{21}{9}=\frac{7}{3}$

(4)　五角形 IJKGL の面積は $\frac{\boxed{ク}\sqrt{\boxed{ケコ}}}{\boxed{サ}}$ cm² である。

五角錐C−IJKGLの体積は $\frac{7}{3}$ cm³



(4) 図から、$MJ=JI=IN=\sqrt{2}$、よって、$MN=3\sqrt{2}$

また、$MG=NG=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$

よって、$\triangle MGN$は、$MG=NG=\sqrt{13}$, $MN=3\sqrt{2}$の二等辺三角形である。

点Gから線分MNに垂線GOを下ろすと、

$$GO=\sqrt{(\sqrt{13})^2-\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\sqrt{13-\frac{18}{4}}=\sqrt{\frac{34}{4}}=\sqrt{\frac{17}{2}}$$

これから$\triangle MGN=\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{17}}{2}$

図から、$JK /\!/ NG$, $IL /\!/ MG$なので

$$\triangle MKJ \equiv \triangle ILN,\quad \triangle MKJ \sim \triangle MGN \sim \triangle ILN$$

また、$MJ:MN=\sqrt{2}:3\sqrt{2}=1:3$

したがって、$\triangle MKJ:\triangle MGN=1^2:3^2=1:9$

よって、$\triangle MKJ$と$\triangle ILN$は、それぞれ$\triangle MGN$の$\frac{1}{9}$倍になる。

これから、五角形IJKGLの面積は、$\triangle MGN$の$\frac{7}{9}$倍となる。

よって、五角形$IJKGL=\frac{3\sqrt{17}}{2}\times\frac{7}{9}=\frac{7\sqrt{17}}{6}$

五角形IJKGLの面積は、$\frac{7\sqrt{17}}{6}$ cm^{2}である。