令和６年度　徳山工業高等専門学校入学者選抜学力検査問題（数学）追試験の解答　※解き方の一例です。

1 次の各問いに答えなさい。

(1) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \div \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times (-6)^2$ を計算すると $\frac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウ}}$ である。

$= \frac{1}{9} \times 4 + \frac{1}{27} \times 36 = \frac{4}{9} + \frac{12}{9} = \frac{16}{9}$

$\underline{\frac{16}{9}}$

(2) 連立方程式 $\begin{cases} 7x + 2y = 20 & \cdots① \\ 3x - y = 3 & \cdots② \end{cases}$ を解くと $x = \boxed{エ}$，$y = \boxed{オ}$ である。

① ＋ ②×2

$$\begin{array}{rr} & 7x + 2y = 20 \\ +) & 6x - 2y = 6 \\ \hline & 13x \quad = 26 \end{array}$$

$x = 2$

$x = 2$ を②に代入すると

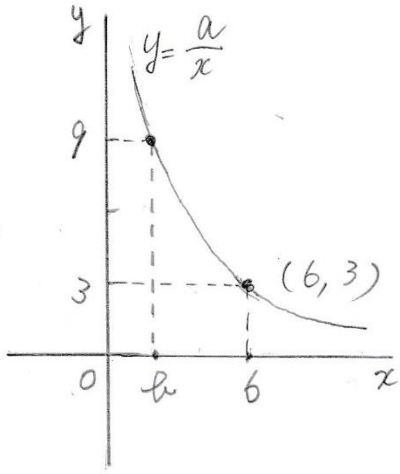
$3 \times 2 - y = 3$

$-y = -3$

$y = 3$

$\underline{x = 2,\ y = 3}$

(3) 関数 $y = \frac{a}{x}$ について，x の変域が $b \leqq x \leqq 6$ のとき y の変域は $3 \leqq y \leqq 9$ である。このとき，$a = \boxed{カキ}$，$b = \boxed{ク}$ である。



$3 \leqq y \leqq 6$ より，$a > 0$ である。

したがって，グラフは右のようになる。

$x = 6$ のとき $y = 3$ だから

$y = \frac{a}{x}$ において，$3 = \frac{a}{6}$

よって，$a = 18$

これから，この関数の式は，$y = \frac{18}{x}$ である。

$x = b$ のとき，$y = 9$ だから

$9 = \frac{18}{b}$　よって，$b = 2$

$\underline{a = 18,\ b = 2}$

(4) 関数 $y = ax^2$ について，x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合が 6 である。

このとき，$a = \dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$ である。

変化の割合 $= \dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$

$y = ax^2$ の変化の対応表は，

x	$1 \longrightarrow 4$
y	$a \longrightarrow 16a$

となる。

よって，変化の割合 $= \dfrac{16a - a}{4 - 1} = 6$

$\dfrac{15a}{3} = 6 \rightarrow 5a = 6$　$a = \dfrac{6}{5}$

(5) 2 個のさいころを同時に投げるとき，出る目の数の和が素数になる確率は $\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シス}}$ である。

ただし，2 個のさいころはそれぞれ 1 から 6 までの目が出るとし，どの目が出ることも同様に確からしいものとする。2個のさいころをA,Bとする。

目の出方は，全部で $6 \times 6 = 36$ とおり

素数は，2, 3, 5, 7, 11, …

出る目の数の和が素数になる場合は，

全部で15とおり　よって求める確率は $\dfrac{15}{36}$

$\dfrac{5}{12}$

A\B	1	2	3	4	5	6
1	○	○	×	○	×	○
2	○	×	○	×	○	×
3	×	○	×	○	×	×
4	○	×	○	×	×	×
5	×	○	×	×	×	○
6	○	×	×	×	○	×

(6) 下の表は，あるクラスの通学時間を整理した度数分布表である。このデータの階級の幅は $\boxed{セソ}$ 分である。また，15 分以上 30 分未満の階級の相対度数は 0.$\boxed{タチ}$ である。

階級（分）	度数（人）
以上　未満	
0 ～ 15	9
15 ～ 30	22
30 ～ 45	7
45 ～ 60	2
合計	40

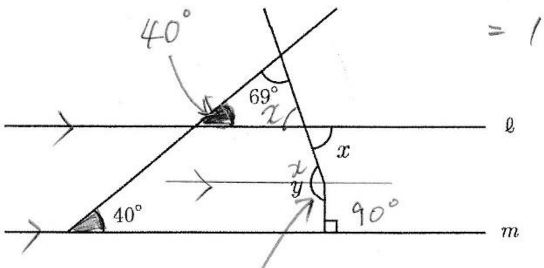
階級の幅は，区間の幅だから，0～15, 15～30, …より　15

相対度数 $= \dfrac{\text{その階級の度数}}{\text{度数の合計}}$　より　$\dfrac{22}{40} = \dfrac{11}{20} = 0.55$

0.55

(7) 下の図で，直線 ℓ と直線 m が平行であるとき，$\angle x =$ $\boxed{ツテ}$ °，$\angle y =$ $\boxed{トナニ}$ ° である。

ポイント
- 対頂角
- 錯角
- 同位角
- 補助線



$\angle x = 180° - (40° + 69°)$
$= 180° - 109° = 71°$

$\angle x = 71°$

$\angle y = 90° + \angle x = 90° + 71°$
$= 161°$

$\angle y = 161°$

(8) 図１の立方体 ABCD-EFGH を，図２のように頂点 A，C，F を通る平面で切断した。このとき，∠ACF ＝ $\boxed{ヌネ}$ ° であり，図２の立体において辺 AC とねじれの位置にある辺の数は $\boxed{ノ}$ 本である。

図１

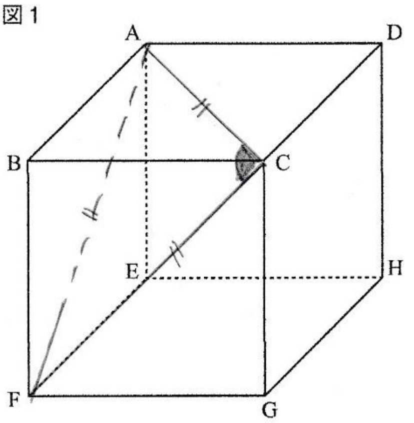
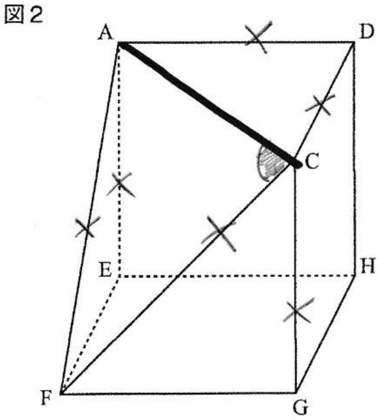


図２



AC, CF, FA は合同な正方形の対角線だから
AC = CF = FA
よって △AFC は正三角形である。よって ∠ACF = 60°
辺ACとねじれの位置にある辺は
辺DH, 辺FE, 辺FG, 辺GH, 辺EH
の5本である。　5本

2 次の各問いに答えなさい。

(1) $A=7$, $B=5\sqrt{2}$, $C=4\sqrt{3}$ とする。A, B, C の大小関係を正しく表すと $\boxed{ア}$ である。$\boxed{ア}$ に当てはまるものを，下のⓐからⓕまでの中から選びなさい。

ⓐ $A<B<C$	ⓑ $A<C<B$	ⓒ $B<A<C$
ⓓ $B<C<A$	ⓔ $C<A<B$	ⓕ $C<B<A$

$A=7=\sqrt{49}$，$B=5\sqrt{2}=\sqrt{50}$，$C=4\sqrt{3}=\sqrt{48}$ → C ＜ A ＜ B

以下，近似値として $\sqrt{2}=1.414$，$\sqrt{5}=2.236$ を用いることとする。

(2) $\sqrt{18}$ を小数で表したとき，小数第1位の数は $\boxed{イ}$ である。

$\sqrt{18}=3\sqrt{2}=3\times1.414=4.242$ → 少数第1位の数は、 2 である。

(3) $\sqrt{720}$，$\sqrt{721}$，$\sqrt{722}$ について考える。

$\sqrt{720}=\boxed{ウエ}\sqrt{\boxed{オ}}$ であり，
$\sqrt{720}$ を小数で表したとき，小数第2位の数は $\boxed{カ}$ である。

2)720
2)360
2)180
2)90
3)45
3)15
5

また $19^2=361$ であるので，
$\sqrt{\dfrac{722}{n}}$ が整数となるような最も小さい自然数 n の値は $\boxed{キ}$ である。

よって $\sqrt{721}$ を小数で表したとき，小数第1位の数は $\boxed{ク}$ である。

$\sqrt{720}=\sqrt{2^2\times2^2\times3^2\times5}=2\times2\times3\times\sqrt{5}=12\times2.236=26.832$ → 少数第2位の数は、
3 である。

$19^2=361$ だから

$$\sqrt{\frac{722}{n}}=\sqrt{\frac{361\times2}{n}}=\sqrt{\frac{19^2\times2}{n}}$$

これから n=2 であれば、$\sqrt{\dfrac{722}{n}}$ は整数になる。

$\sqrt{722}=\sqrt{361\times2}=\sqrt{19^2\times2}=19\sqrt{2}=19\times1.414=26.866$

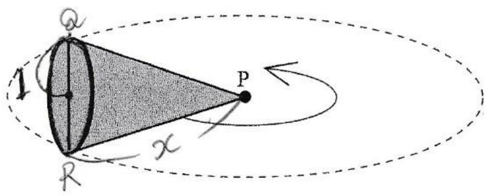
また、$\sqrt{720}=26.832$ だから、

$\sqrt{720}<\sqrt{721}<\sqrt{722}$ → $26.832<\sqrt{721}<26.866$

よって、$\sqrt{721}$ を少数で表したとき少数第1位の数は、 8 である。

3　図１のように，底面の円の半径が１cm の円錐を，頂点Ｐを中心として平面上をすべらないように転がしたところ，４回転してもとの位置に戻った。

図１



このとき，次の各問いに答えなさい。

※１回転で $(2\pi\times1)$ cm

(1)　転がした円錐の母線の長さは $\boxed{\text{ア}}$ cm である。

母線の長さを x cm とすると，$2\pi x=(2\pi\times1)\times4$

これから $x=4$

4 cm

(2)　この円錐を頂点Ｐと底面の直径を含む平面で切ると，切り口は図２の△PQR になる。図２において，点Ｐから辺 QR に垂線を引き，QR との交点をＳとすると，

$$PS=\sqrt{\boxed{\text{イウ}}}\ \text{cm}$$

△PQS は ∠QSP = 90° だから

三平方の定理により

である。さらに，点Ｑから辺 RP に垂線を引き，RP との交点をＴとすると，

$PS=\sqrt{4^2-1^2}$

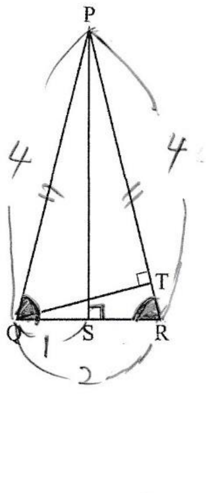
$=\sqrt{15}$

$PS=\sqrt{15}$ cm

$$QT=\frac{\sqrt{\boxed{\text{エオ}}}}{\boxed{\text{カ}}}\ \text{cm},\quad TP=\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\ \text{cm}$$

である。

図２



△PQS ∽ △QRT だから

$PQ:QR=PS:QT$

$4:2=\sqrt{15}:QT$

$4QT=2\sqrt{15}$

$QT=\dfrac{2\sqrt{15}}{4}$

$QT=\dfrac{\sqrt{15}}{2}$

次に，

$PQ:QR=QS:RT$

$4:2=1:RT$

$4RT=2$

$RT=\dfrac{1}{2}$

$TP=PR-RT$

$=4-\dfrac{1}{2}=\dfrac{7}{2}$

$TP=\dfrac{7}{2}$

（3）△PQR を図３のように、直線 ℓ と辺 RP が垂直になるようにおき、直線 ℓ を軸として１回転させたときの立体の体積は、図５の円錐 V-RW から円錐Ｖ-ＱＸと円錐Ｐ-ＱＸの体積を引いたものになる。

図３

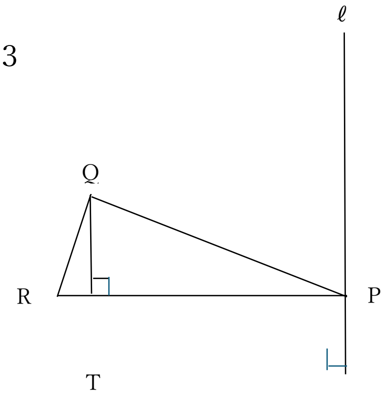


図４

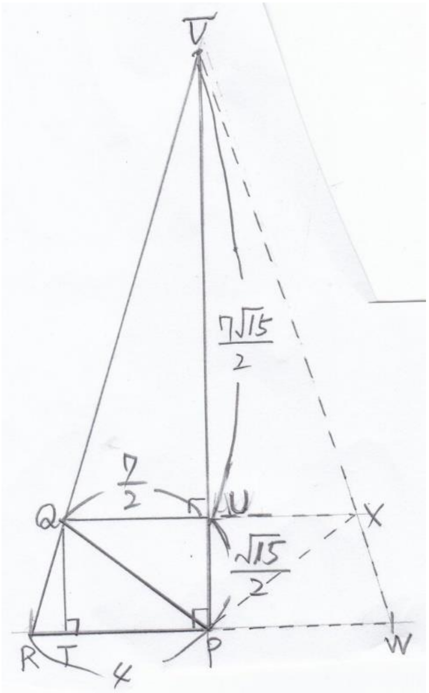


図４において

△VQU∽△VRP だから

相似比は、$\frac{7}{2}$ ： 4 ＝７ ：８　よって、VU：VP＝７ ：８

よって、VU=$\frac{7\sqrt{15}}{2}$ 、UP＝$\frac{\sqrt{15}}{2}$ となる。

求める立体の体積は、図５の円錐 V-RW から図６の円錐Ｖ-ＱＸと円錐Ｐ-ＱＸの体積を引いたものだから

求める立体の体積は、

$$\frac{1}{3}\pi\times4^2\times4\sqrt{15}-\left\{\frac{1}{3}\pi\times\left(\frac{7}{2}\right)^2\times\frac{7\sqrt{15}}{2}+\frac{1}{3}\pi\times\left(\frac{7}{2}\right)^2\times\frac{\sqrt{15}}{2}\right\}$$

$$=\frac{1}{3}\pi\times4^2\times4\sqrt{15}-\frac{1}{3}\pi\times\left(\frac{7}{2}\right)^2\times\left\{\frac{7\sqrt{15}}{2}+\frac{\sqrt{15}}{2}\right\}$$

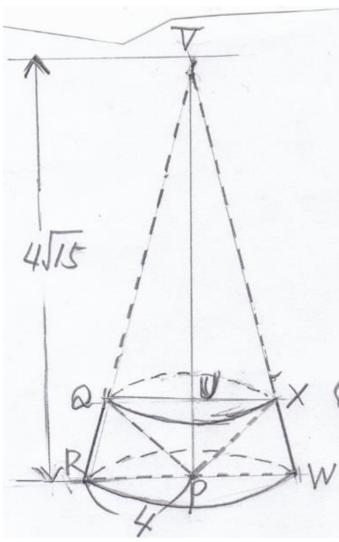
$$=\frac{1}{3}\pi\times4^2\times4\sqrt{15}-\frac{1}{3}\pi\times\left(\frac{7}{2}\right)^2\times4\sqrt{15}$$

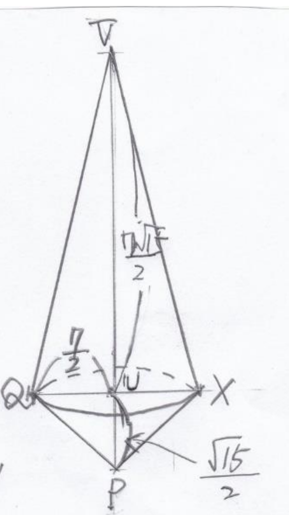
$$=\frac{1}{3}\pi\times4\sqrt{15}\times\left\{4^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2\right\}$$

$$=\frac{1}{3}\pi\times4\sqrt{15}\times\frac{15}{4}$$

$$=5\sqrt{15}\pi$$

図５　　　　図６





$5\sqrt{15}\pi\ \ cm^3$

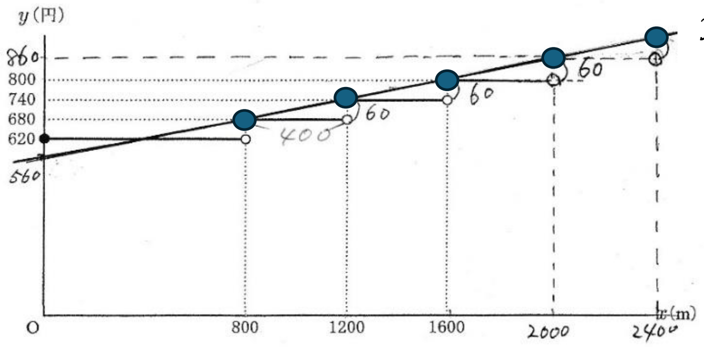
4 あるタクシー会社Ａ社，Ｂ社の乗車料金について，次の各問いに答えなさい。

Ａ社のタクシーの乗車料金は，走行距離に応じて以下のように決まる。

走行距離が 800 m 未満のとき，乗車料金は 620 円とする。走行距離が 800 m となった場合は，620 円に 60 円を加算し，以降 1200 m，1600 m，・・・と 400 m 走行するたびに 60 円ずつ加算した額を乗車料金とする。

図１は，Ａ社のタクシーの走行距離を x m，乗車料金を y 円として，グラフに表したものである。ただし●はグラフがその点を含むことを示し，○はグラフがその点を含まないことを示す。

図１



$$y=\frac{3}{20}x+560$$

0≦x< 800	・・・620 円
800≦x<1200	・・・680 円
1200≦x<1600	・・・740 円
1600≦x<2000	・・・800 円
2000≦x<2400	・・・860 円
2400≦x<2800	・・・920 円
2800≦x<3200	・・・980 円
・・・・・・・	

表１

例えば，走行距離が 800 m のとき乗車料金は 680 円となる。走行距離が 1400 m のとき乗車料金は 740 円となる。

(1) Ａ社のタクシーが 2000 m 走行したときの乗車料金は $\boxed{\text{アイウ}}$ 円である。

表１より乗車料金は、８６０円である。

(2) 乗車料金が 980 円であったとき，Ａ社のタクシーの走行距離 x m に関する正しい記述は $\boxed{\text{エ}}$ である。$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，下のⓐからⓕまでの中から選びなさい。

ⓐ $2400 \leqq x < 2800$　ⓑ $2400 < x \leqq 2800$　ⓒ $2800 \leqq x < 3200$
ⓓ $2800 < x \leqq 3200$　ⓔ $3200 \leqq x < 3600$　ⓕ $3200 < x \leqq 3600$

表１より　C　である。

（２）の別解

タクシーＡは、８００m、１２００m、１６００m、・・・と４００m走行するたびに乗車料金が６０円ずつ上がるので、それらの座標を結んだ直線の傾きは $\frac{60}{400}=\frac{3}{20}$ となり、この直線の式は、

$y=\frac{3}{20}x+b$ と表せる。このグラフが、$x=800$ 、y=680 を通ので、

$680=\frac{3}{20}\times 800+b$　となり、これから、$b=560$ となる。

よって、乗車料金が９８０円、すなわち $y=980$ のとき、走行距離 x は、

$980=\frac{3}{20}x+560$ から、$\frac{3}{20}x=420$ となり、$x=2800$ となる。

したがって、x の変域は、$2800\leqq x<3200$ である。

B 社のタクシー乗車料金は，走行距離および走行時間に応じて以下のように決まる。

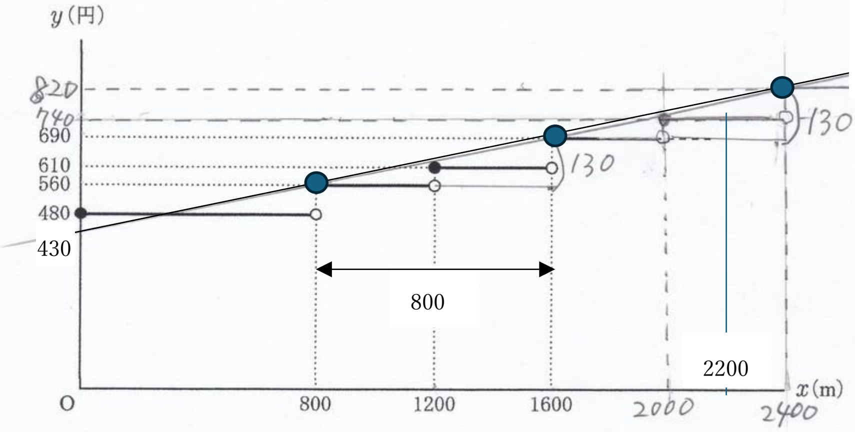
・走行距離が 800 m 未満のとき，480 円とする。走行距離が 800 m となった場合は，480 円に 50 円を加算し，以降 1200 m，1600 m，・・・と 400 m 走行するたびに 50 円ずつ加算する。
・走行時間 1 分ごとに 30 円ずつ加算する。
・走行距離によって決まる料金と走行時間によって決まる料金の合計額を乗車料金とする。

以下，B 社のタクシーは時速 48 km で走行するものとする。図２は，B 社のタクシーの走行距離を x m，乗車料金を y 円として，グラフに表したものである。

800≦x<1200・・・560 円
+50
1200≦x<1600・・・610 円
+50+30
1600≦x<2000・・・690 円
+50
2000≦x<2400・・・740 円
+50+30
2400≦x<2800・・・820 円
+50
2800≦x<3200・・・870 円
+50+30
3200≦x<3600・・・950 円
・・・・・・・・

表２

図２



$y = \frac{13}{80}x + 430$

(2) と同様に考えると、B 社は

傾き $= \frac{130}{800} = \frac{13}{80}$

$y = \frac{13}{80}x + b$ において、

x=800 , y=560 を通るので、

$560 = \frac{13}{80} \times 800 + b$

これから、b＝４３０

例えば，走行距離が 800 m のとき，乗車料金は 560 円となる。走行距離が 1400 m のとき，乗車料金は 610 円となる。

(3)　B 社のタクシーが 2200 m 走行したときの乗車料金は $\boxed{オカキ}$ 円である。

図２、表２より、2200m 走行したときの乗車料金は、７４０円である。

(4)　A 社のタクシーも時速 48 km で走行するものとする。A 社と B 社のタクシーが同時刻に出発したとき，乗車料金が初めて等しくなるのは $\boxed{クケ}$ 分後である。

（ポイント）タクシーの時速は４８km なので、分速になおすと 48,000m÷60 分＝800m／分となる。したがって、走行時間が 1 分ごとに３０円ずつ加算されるということは、800m 走行するごとに３０円ずつ加算されることになる。

（解き方１）

タクシーA 社の x と y の関係は(2)から、$y = \frac{3}{20}$x+560

で表せる。

同様にタクシーB 社は、$y = \frac{13}{80}$x+430 で表せるので、

$\frac{13}{80}$x+430＝$\frac{3}{20}$x+560 から x を求める。

両辺を 80 倍すると

$13x + 34400 = 12x + 44800$

よって、$x = 10400$ となり、両方のタクシーは

10400m の地点で乗車料金が同じなる。

10400÷800=13 より、１３分後に同じ料金になる。

（解き方２）

タクシーの分速は、800m／分なので、800m で 1 分、1600m で 2 分、2400m で 3 分、・・・・となる。

これから、走行時間（m 分）と乗車料金（n 円）の関係を変化と対応表で表すと

（A 社のタクシー）

時間	1	2	3	4	・・・	m
料金	680	800	920	1040	・・・	n

（B 社のタクシー）

時間	1	2	3	4	・・・	m
料金	560	690	820	950	・・・	n

これから、時間 m と料金 n の関係を式に表すと

（A 社のタクシー）は、$n = 120(m-1) + 680$・・・①

（B 社のタクシー）は、$n = 130(m-1) + 560$・・・②

乗車料金が初めて等しくなるのは、①=②のときだから、

$$130(m-1) + 560 = 120(m-1) + 680$$
$$130m - 130 + 560 = 120m - 120 + 680$$
$$130m - 120m = 130$$
$$10m = 130$$
$$m = 13$$ １３分後