

令和5年度専攻科入学者選抜試験「学力検査による選抜」

## 検査問題

# 数 学

受験番号	
------	--

9 : 0 0 ~ 1 0 : 0 0

### 【注意事項】

1. 指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. この表紙のほかに6ページあります。
3. すべてのページの受験番号欄に受験番号を記入してください。
4. 解答はその問題の所定の欄に記入してください。

数学

受験番号

総得点 ( )

※の枠内には記入しないこと

1. 以下の問いに答えよ

(1) 関数  $y = x^2 + 8$  の表す曲線上の点  $(t, t^2 + 8)$  における接線を  $C(t)$ 、直線  $x = -1$  の  $y \geq 0$  の部分を  $l$  とする。この時、 $C(t)$  と  $l$  が交点を持つための  $t$  の範囲を求めよ。

(8点)

※ 1(1)

(2) 実数  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ ) に対して  $y = (x - \alpha)(x - \beta)$  と  $x$  軸で囲まれる図形の面積が  $\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3$  となることを示せ。(8点)

※ 1(2)

(3) 実数  $a > 0$  に対して、関数  $y = \frac{a}{2} \left( e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right)$  ( $-1 \leq x \leq 1$ ) で表される曲線の長さを求めよ。(9点)

※ 1(3)

数学

受験番号	
------	--

※の枠内には記入しないこと

2. 以下の問いに答えよ

- (1)  $x^2 + y^2 = 5$  となる時、 $z = e^{2x-y}$  の最大値および最小値と、対応する座標を求めよ。(9点)

※ 2 (1)
---------

- (2) 領域  $D$  を  $0 \leq x \leq 1, 3 \leq y \leq 4$  とする時、 $\iint_D xye^{x^2+y^2} dx dy$  の値を求めよ。(8点)

※ 2 (2)
---------

受験番号

## 数学

※の枠内には記入しないこと

3. 以下では  $x = x(t)$  を解とする微分方程式を扱う。この時、次の問いに答えよ。(1)  $\frac{dx}{dt} = \frac{\sqrt{x^2+5}}{x}$  の解であって  $x(0) = 2$  を満たすものを求めよ。(8点)

※ 3(1)

(2) ある生物の時刻  $t$  における個体数を  $x$  とすると、 $\frac{dx}{dt} = -kx(x-a)$  が成立すると言う。 $k, a$  を正の定数として、この方程式の一般解を求めよ。(8点)

※ 3(2)

受験番号	
------	--

# 数学

※の枠内には記入しないこと

(3)  $x'' + x' + x = 7$  の一般解を求めよ。(8点)

※ 3 (3)
---------

(4)  $t^2x'' + tx' - 9x = 0$  の一般解を求めよ。(9点)

※ 3 (4)
---------

受験番号

# 数学

※の枠内には記入しないこと

4. 関数  $f(x, y) = 7x^2 + 2\sqrt{3}xy + 5y^2$  について、次の問いに答えよ。

(1) 2次元行ベクトル  ${}^t\mathbf{x} = (x, y)$  および2次対称行列  $A$  を用いて  $f(x, y) = {}^t\mathbf{x}Ax$  と表す。このとき行列  $A$  を求めよ。(5点)

※ 4 (1)

(2) (1)で求めた行列  $A$  の固有値および固有ベクトルを求めよ。(12点)

※ 4 (2)

受験番号	
------	--

## 数学

※の枠内には記入しないこと

- (3) 2次曲線  $f(x,y) - 32 = 0$  の概形を  $xy$ 座標平面上に図示せよ。(8点)

※ 4(3)
--------